01 أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند a في كل حالة

1) $f(x)=x^2-1$ ، $a=2$ ، 2) $f(x)=\frac{2x}{x+3}$ ، $a=-2$

3) $f(x)=\sqrt{x-1}$ ، $a=3$ ، 4) $f(x)=x|x-1|$ ، $a=1$

02 أحسب $f'(x)$ في كل حالة ثم ادرس اشارته

1) $f(x)=-x^2+2x-1$ ، 2) $f(x)=-x^3+3x+4$

3) $f(x)=(x+1)(x^2-1)$ ، 4) $f(x)=\frac{2x}{x^2-1}$

5) $f(x)=\sqrt{3x-6}$ ، 6) $f(x)=\sin x$ على المجال $[0;\pi]$

03 أكتب معادلة لمماس المنحني (C_f) عند النقطة ω ذات الفاصلة x_0 في كل حالة:

1) $f(x)=x^2+3x-4$ ، $x_0=0$ ، 2) $f(x)=x^3-x^2$ ، $x_0=-1$

3) $f(x)=\frac{x+3}{1-2x}$ ، $x_0=1$ ، 4) $f(x)=\sqrt{2x-3}$ ، $x_0=2$

04 f الدالة المعرفة على $[1;5]$ بـ: $f(x)=3+\sqrt{x-1}$ وليكن (C_f) هو التمثيل البياني لها.

1) أحسب $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(h+1)-f(1)}{h}$ وفسر النتيجة هندسيا.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) باستعمال منحنى دالة "الجذر التربيعي" أنشئ (C_f)

05 f دالة معرفة على $[-1;3]$ بـ: $f(x)=x^3-3x^2+4$

1) حسب $f'(x)$ وادرس اشارته ثم استنتج اتجاه تغير f

2) أنشئ جدول تغيرات الدالة f.

3) جد معادلة المماس (T) لـ (C_f) في نقطة ذات الفاصلة 1

4) أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f).

5) اعط حصرا للعدد $f(x)$ من أجل $1\le x\le3$

06 f دالة معرفة على $[-2;2]$ بـ: $f(x)=x^4-2x^2-3$

1) ادرس شفعية الدالة f . ماذا تستنتج بالنسبة لـ $\mathcal{C}_f$؟

2) ادرس اتجاه تغير f على $[0;2]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) جد فواصل نقط تقاطع $\mathcal{C}_f$ مع محوري الإحداثيات.

4) عين معادلة المماس (Δ) لـ $\mathcal{C}_f$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

5) أنشئ بعناية المماس (Δ) والمنحنى $\mathcal{C}_f$

07 f دالة معرفة على $]-8;8[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x^2+2x+2}$

1) عين العدد الحقيقيين a و b بحيث المنحنى (C_f) يقبل (C_f) مماسا افقيا عند النقطة $A(0;3,5)$

2) تحقق ان: $f(x)=1+\frac{5x+5}{x^2+2x+2}$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) جدا نقط تقاطع (C_f) مع محوري الاحداثيات

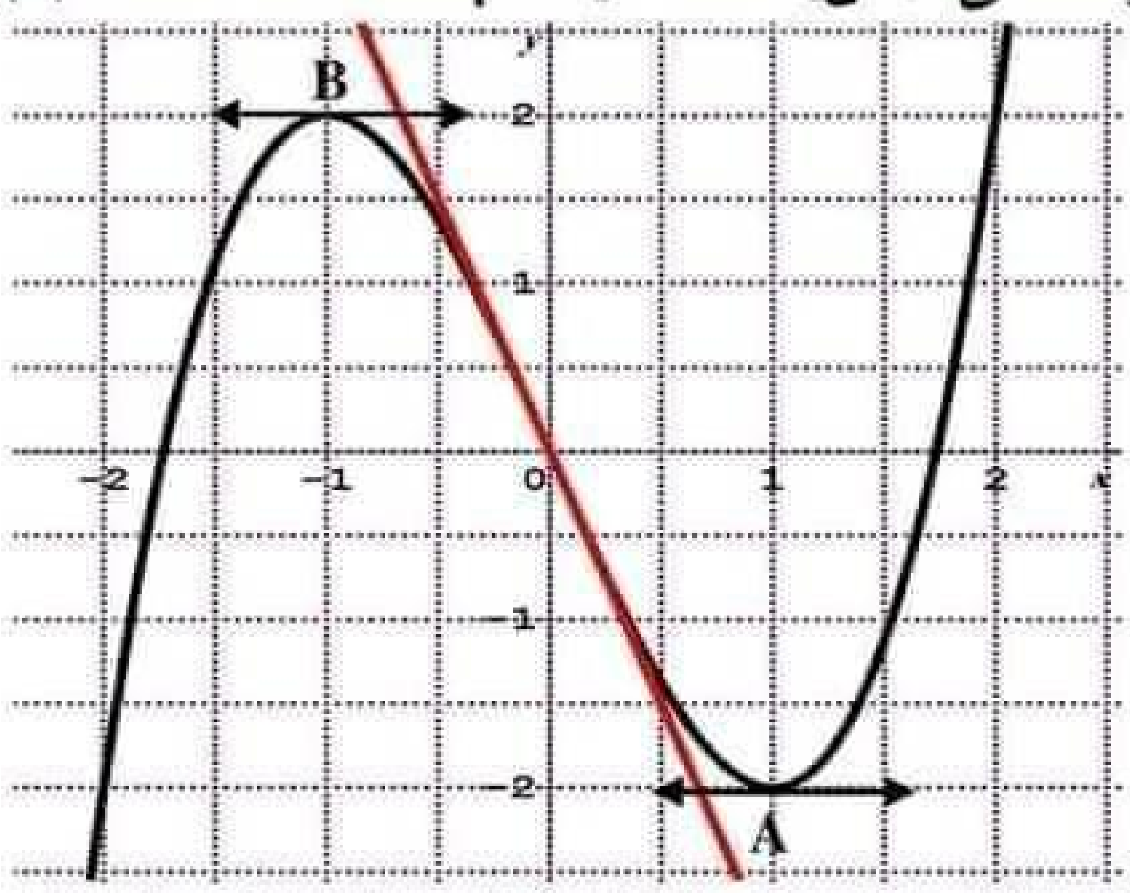
5) ادرس و ضعية (C_f) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة: $y=1$.

6) بين أن: $f(-2-x)+f(x)=2$ ثم فسر النتيجة هندسيا

7) أرسم كلا من (Δ) و (C_f) .

08 f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=ax^3+bx+c$ حيث a،b،c أعداد حقيقية. (C) هو المنحني الممثل لـ f عين الأعداد a، b و c بحيث المنحني (C) يشمل النقطة $A(1;-3)$ و يقبل في النقطة $B(0;1)$ مماسا موازيا للمستقيم D الذي معادلته $y=-6x$

09 (C_g) المقابل هو التمثيل البياني لدالة عددية g معرفة على المجال $D=]-2;+2[$ بـ: $g(x)=ax^3+bx+c$



1) بقراءة بيانية عين مايلي:

أ) $g(-1)$ ، $g(1)$ ، $g(0)$ و $g'(1)$ ، $g'(0)$ ، $g''(0)$

ب) أكتب معادلة المماس لـ (C_g) عند النقط O و A و B

ج) شكل جدول تغيرات g

2) باستعمال نتائج 1-أ) بيّن أن: $a=1$ ، $b=-3$ و $c=0$

10 f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=\frac{x^2-3}{x-1}$

1) أحسب $f'(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

2) بين أن (C_f) يقبل مماسين ميل كل منهما يساوي 3 ثم اكتب معادلتي هاذين المماسين.

3) هل يوجد مماس لـ (C_f) توازي حامل محور الفواصل

11 f دالة معرفة على المجال $I=[-3;+3]$ بجدول تغيراتها

x	-3	-2	-1		0		1	2	$+3$
$f'(x)$			0	$-$		$-$	0		
$f(x)$	-5 ↗	0	2		0		-3 ↗	0	2

1) أكمل الجدول السابق

2) حل في I المعادلة $f(x)=0$ استنتج إشارة $f(x)$ على I

3) g دالة معرفة على I بـ: $g(x)=[f(x)]^2$.

أ) بين أن $g'(x)=2f(x).f'(x)$ ثم استنتج اشارة $g'(x)$

ب) ارسم جدول تغيرات الدالة g على المجال I

جـ) عين القيم الحدية المحلية لـ g ثم جد حصرا للدالة g

12 f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3+x^2+\alpha x$

1) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون معامل توجيه المماس لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1- هو 4-

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f من أجل $\alpha=5$

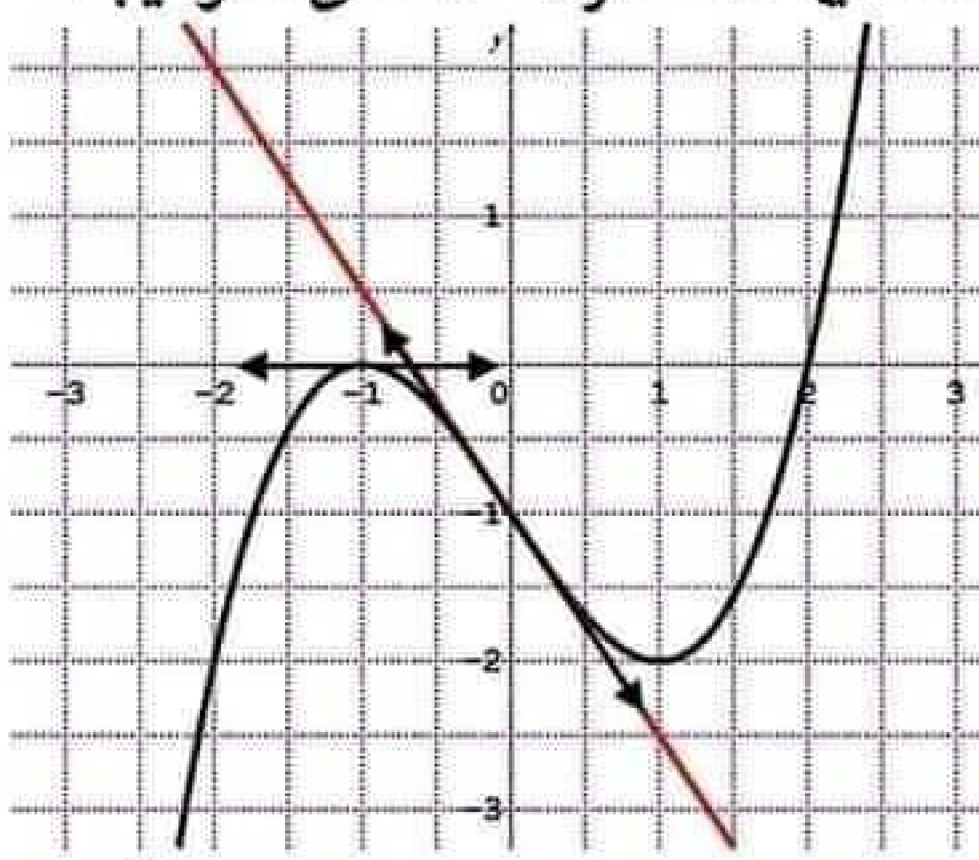
3) عين قيم α التي من اجلها تكون f متزايدة على $\mathbb{R}$.

13 1) احسب نسبة التزايد عند العدد 1 للدالة f حيث $f(x)=\dfrac{2}{x+1}$، ثم استنتج العدد الحقيقي $f'(1)$

2) احسب $g'(1)$ علما أن نسبة تزايد الدالة g عند 1 هي: $\dfrac{g(h+1)-g(1)}{h}=\dfrac{3h+2}{(h+1)^2}$

3-أ) الشكل(1) هو منحى دالة k بقراءة بيانية أوجد: $k(-1)$ ، $k'(-1)$ ثم $k(0)$ ، $k'(0)$

ب) استنتج معادلتي المماسين لـ (C_k) عند النقطتين اللتين فاصلتيهما $x=-1$ و $x=0$ على الترتيب.



جـ) أرسم المماس عند $A(-2;-2)$ علما أن $k'(-2)=\dfrac{9}{2}$

14 f دالة معرفة على المجال $[-1;3]$ بالعبارة: $f(x)=x^3-3x^2+2$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني

1) عين الدالة المشتقة f' للدالة f على المجال $[-1;3]$

2) أحسب $f(0)$ ، $f(2)$ ، $f'(0)$ و $f'(2)$

3) أدرس إشارة $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1

5) أرسم المماس (Δ) والمنحنى (C_f)

6) أدرس بيانيا الوضعية النسبية لـ (C_f) و (Δ)

أعط تفسيرا هندسيا للنقطة $\omega(1;0)$.

15 f دالة معرفة على $[-2;2[\cup]2;8]$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+5}{x-2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، و (D) مستقيم معادلته $y=x+2$.

1) الأعداد a ، b و c بحيث: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}$

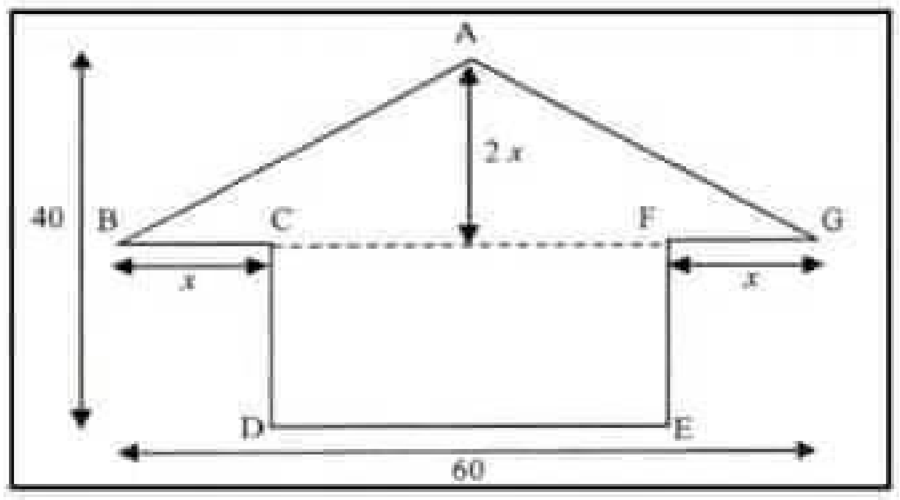
2) عين وضعية (C_f) بالنسبة (D)

3 - أ) بين أن: $f'(x)=\dfrac{(x+1)(x-5)}{(x-2)^2}$

ب) عين $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه f وشكل جدول تغيراتها

16 تريد إحدى المؤسسات صنع "رمز" لها له الشكل و الأبعاد أدناه. وحدة الأطوال هي السنتيمتر cm.

و قصد التقليص من التكاليف، نبحث عن قيمة x التي من أجلها مساحة الشكل أدناه أصغرما يمكن



1) عبر بدلالة x عن كل من: *الطول CD والطول CF.

*مساحة المستطيل CDEF و مساحة المثلث ABG.

2) بين أن مساحة الشكل هي: $f(x)=4x^2-140x+2400$

3) أدرس اتجاه تغير f على $[0;20]$ ثم شكل جدول تغيراتها

4) أرسم التمثيل البياني للدالة f.

5) استنتج مما سبق قيمة x التي تكون من أجلها مساحة الشكل أصغر ما يمكن. حدد هذه المساحة

حل السلسلة رقم 3 الإشتقاقية

التمرين 1 :

1) $f(x)=x^2-1$ $a=2$

$$\lim_{h\to0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{h\to0}\frac{(2+h)^2-1-3}{h}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{4+h^2+4h-4}{h}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{\cancel{h}(h+4)}{\cancel{h}}=4$$

ومنه الدالة f قابلة للإشتقاق عند النقطة $a=2$ و $f'(2)=4$

2) $f(x)=\frac{2x}{x+3}$ $a=-2$

$$\lim_{h\to0}\frac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{\frac{2(-2+h)}{-2+h+3}+4}{h}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{\frac{\cancel{-4}+2h+4h+\cancel{4}}{h+1}}{h}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{6\cancel{h}}{\cancel{h}(h+1)}=6=f'(-2)$$

3) $f(x)=\sqrt{x-1}$ $a=3$

$$\lim_{h\to0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=\lim_{h\to0}\frac{\sqrt{h+3-1}-\sqrt{2}}{h}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{(\sqrt{h+2}-\sqrt{2})(\sqrt{h+2}+\sqrt{2})}{h(\sqrt{h+2}+\sqrt{2})}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{1}{(\sqrt{h+2}+\sqrt{2})}=\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

ومنه الدالة f قابلة للإشتقاق عند النقطة $a=3$ و $f'(3)=\frac{1}{2\sqrt{2}}$

4) $f(x)=x|x-1|$ $a=1$

$$\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{(1+h)|1+h-1|}{h}=\lim_{h\to0}\frac{(1+h)|h|}{h}$$

لدينا: $\lim_{h\overset{>}{\to}0}\frac{(1+h)|h|}{h}=\lim_{h\overset{>}{\to}0}\frac{(1+h)\cancel{h}}{\cancel{h}}=1$

ولدينا: $\lim_{h\overset{<}{\to}0}\frac{(1+h)|h|}{h}=\lim_{h\overset{<}{\to}0}\frac{-\cancel{h}(h+1)}{\cancel{h}}=-1$

إذن الدالة f غير قابلة للإشتقاق عند النقطة $a=1$

التمرين الثاني :

1) $f'(x)=-2x+2$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
إشارة $f'(x)$		$+$	0	$-$	

2) $f'(x)=-3x^2+3$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
إشارة $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

3) $f'(x)=(x^2-1)+2x(x+1)$
$=3x^2+2x-1$

x	$-\infty$		-1		$1/3$		$+\infty$
إشارة $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

4) $f'(x)=\frac{2(x^2-1)-2x(2x)}{(x^2-1)^2}=\frac{-2x^2-2}{(x^2-1)^2}$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
إشارة $f'(x)$		$-$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$-$	

5) $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{3x-6}}\times 3$

من أجل كل x من $]2;+\infty[$

فإن $f'(x)>0$

6) $f'(x)=\cos(x)$

x	0	$\pi/2$	π
إشارة $f'(x)$	$+$	0	$-$

حل التمرين 03 :

1) $f(x)=x^2+3x-4 \quad x_0=0$

لدينا: $f'(x)=2x+3 \Rightarrow f'(0)=3$

و $f(0)=-4$

$(\Delta): y=f'(0)(x-0)+f(0)$

$y=3x-4$

2) $f(x)=x^3-x^2 \quad x_0=-1 \quad f(-1)=-2$

$f'(x)=3x^2-2x \quad f'(-1)=5$

$(\Delta): y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$

$=5(x+1)-2=5x+3$

3) $f(x)=\frac{x+3}{1-2x} \quad f'(x)=\frac{(1-2x)+2(x+3)}{(1-2x)^2}$

$f'(x)=\frac{7}{(1-2x)^2}$ / $f(1)=-4$ / $f'(1)=7$

$(\Delta): y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$=7(x-1)-4=7x-11$

4) $f(x)=\sqrt{2x-3} \quad x_0=2$ / $f(2)=1$

$f'(x)=\frac{2}{2\sqrt{2x-3}}=\frac{1}{\sqrt{2x-3}}$ / $f'(2)=1$

$(\Delta): y=f'(2)(x-2)+f(2)$

$=x-2+1=x-1$

التمرين رقم 04 :

f دالة معرفة على $[1;5]$ بـ :

$f(x)=3+\sqrt{x-1}$ \ $f(1)=3$

1) الحساب :

$\lim_{h \overset{>}{\to} 0} \frac{f(h+1)-f(1)}{h}=\lim_{h \overset{>}{\to} 0} \frac{\sqrt{h}}{h}$

$=\lim_{h \overset{>}{\to} 0} \frac{1}{\sqrt{h}}=+\infty$

التفسير : (C_f) يقبل نصف مماس معادلته $x=1$ على يمين 1

2) دراسة إتجاه تغير الدالة f :

حساب المشتقة : f قابلة للإشتقاق على $]1;5]$ و $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

بما أن $\sqrt{x-1}>0$ من أجل كل x من $]1;5]$ فإن : $f'(x)>0$ من أجل كل x من المجال $]1;5]$ وبالتالي الدالة f متزايدة على المجال $[1;5]$

جدول تغيرات الدالة f :

x	1	5
إشارة $f'(x)$	‖ $+$	
تغيرات f	3 ↗	5

3) نفرض $g(x)=\sqrt{x}$ فإن :

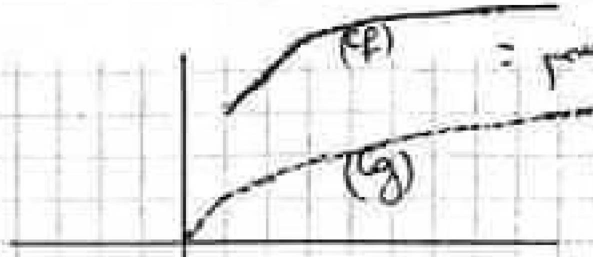
$f(x)=3+g(x-1)=g(x-1)+3$

ومنه (C_f) هو صورة (C_g)

بالانسحاب الذي شعاعه

$\vec{u}=\vec{i}+3\vec{j}$ = أي $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$

الرسم :



التمرين 5 :

$f(x)=x^3-3x^2+4$ $\quad [-1;3]$

1) حساب $f'(x)$:

$f'(x)=3x^2-6x=x(3x-6)$

دراسة إشارة المشتقة :

x	-1		0		2		3
إشارة $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

الاستنتاج : الدالة f متزايدة على المجال $]-1;0]\cup[2;3]$

ومتناقصة على المجال $[0;2]$

2) جدول التغيرات :

x	-1		0		1		2		3
إشارة $f'(x)$		$+$	0		$-$		0	$+$	
تغيرات f	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	4

3) معادلة المماس :

$f(x)=x^3-3x^2+4$ / $f'(x)=3x^2-6x$

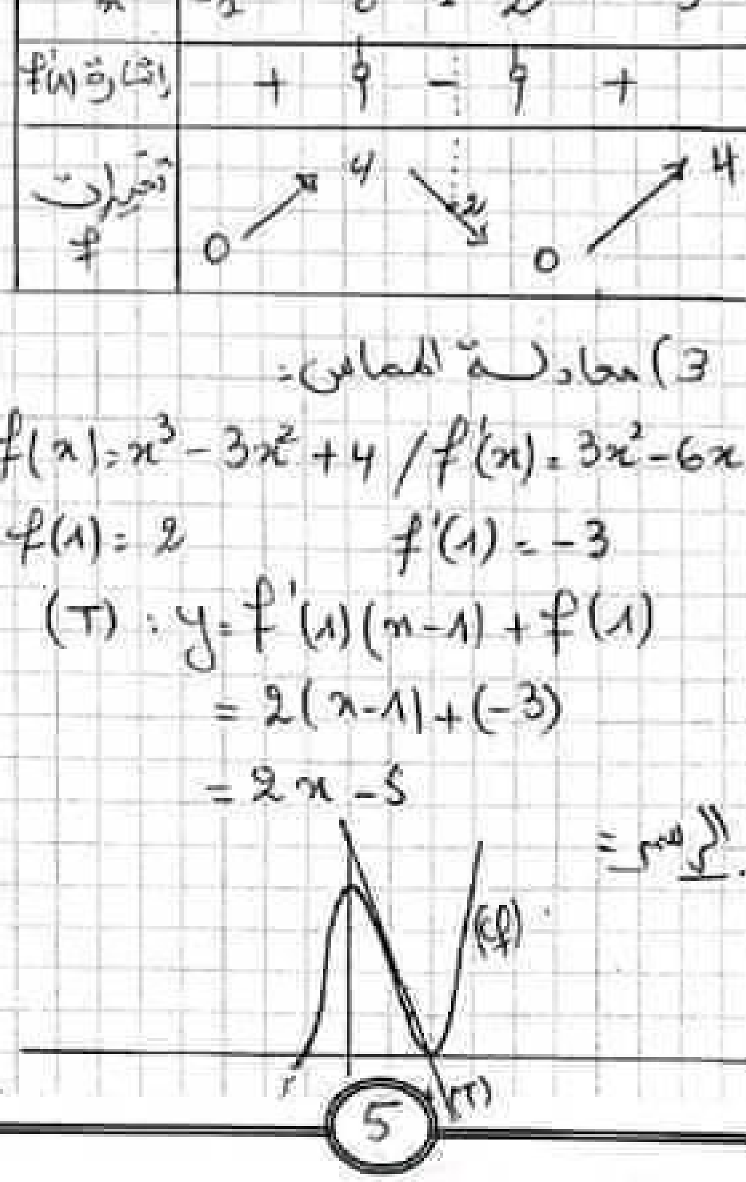
$f(1)=2$ $\qquad f'(1)=-3$

$(T): y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$=2(x-1)+(-3)$

$=2x-5$

الرسم :



5) حصر العدد $f(x)$ من جدول التغيرات نلاحظ أن :

$0\leq f(x)\leq 4$

حيث : $\begin{cases} 0\leq f(x)\leq 2 : x\in[1;2] \\ 0\leq f(x)\leq 4 : x\in[2;3] \end{cases}$ و

حل التمرين 6 :

$f(x)=x^4-2x^2-3$ $\quad [-2;2]$

1) $f(-x)=(-x)^4-2(-x)^2-3=f(x)$

وبالتالي الدالة f زوجية

- نستنتج أن (C_f) يقبل محور التراتيب كمحور تناظر له.

2) دراسة إتجاه تغير الدالة f على $[0;2]$:

حساب المشتقة : $f'(x)=4x^3-4x$

$=4x(x^2-1)$

$f'(x)=0 \Rightarrow x=0$ أو $x^2-1=0$

$\Rightarrow x=0$ أو $x=1$ أو $x=-1$

x	0		1		2
إشارة $f'(x)$		$-$	0	$+$	
تغيرات f	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	5

3) إيجاد فواصل نقط تقاطع (C_f)

- مع محور التراتيب :

لدينا : $f(0)=-3$ ومنه (C_f) يقطع محور التراتيب في النقطة $(0;-3)$

- مع محور الفواصل :

$f(x)=0 \Rightarrow x^4-2x^2-3=0$

$\Rightarrow x=\sqrt{3}$ أو $x=-\sqrt{3}$

ومنه نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل هي: $(-\sqrt{3};0)$ $(\sqrt{3};0)$

4) معادلة المماس لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $a=1$:

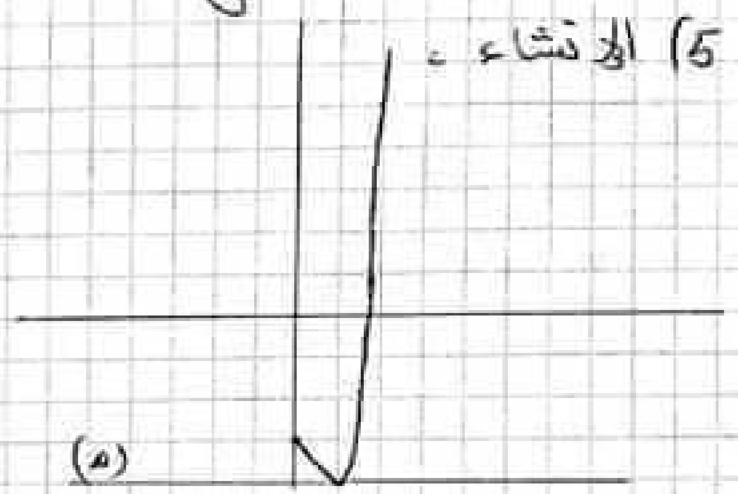
لدينا:

$f(1)=-4$ و $f'(1)=0$

ومنه معادلة المماس هي:

$(\Delta): y=-4$

5) الإنشاء:



حل التمرين 7

$$f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x^2+2x+2} \qquad [-8;8]$$

$$\begin{cases} f(0)=3.5 \\ f'(0)=0 \end{cases}$$

$$f(0)=3.5 \Rightarrow \frac{0^2+a(0)+b}{0^2+2(0)+2}=3.5$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2}=3.5 \Rightarrow b=7$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{x^2+ax+7}{x^2+2x+2}$$

$$f'(x)=\frac{(2x+a)(x^2+2x+2)-(2x+2)(x^2+ax+7)}{(x^2+2x+2)^2}$$

$$=\frac{(2-a)x^2-10x+2a-14}{(x^2+2x+2)^2}$$

$$f'(0)=0 \Rightarrow 2a-14=0$$

$$\Rightarrow a=7 \Rightarrow \begin{cases} a=7 \\ b=7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{x^2+7x+7}{x^2+2x+2}$$

$$f'(x)=\frac{-5x^2-10x}{x^2+2x+2}$$

2) التحقق:

$$f(x)=\frac{x^2+7x+7+2x-2x+2-2}{x^2+2x+2}$$

$$=\frac{x^2+2x+2+7x-2x+7-2}{x^2+2x+2}$$

$$=\frac{x^2+2x+2}{x^2+2x+2}+\frac{5x+5}{x^2+2x+2}$$

$$=1+\frac{5x+5}{x^2+2x+2}$$

3) دراسة اتجاه تغير الدالة f:

لدينا:

$$f'(x)=\frac{x(-5x-10)}{x^2+2x+2}$$

مجال قابلية الاشتقاق: $[-8;8]$

إشارة المشتقة:

x	-8		-2		0		8
إشارة $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

جدول التغيرات:

x	-8		-2		0		8
إشارة $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
تغيرات f	0.3	$\searrow$	-1.5	$\nearrow$	3.5	$\searrow$	1.54

4) نقط تقاطع (C_f) مع محوري الاحداثيات

مع محور الفواصل:

$$f(x)=0 \Rightarrow \frac{x^2+7x+7}{x^2+2x+2}=0$$

$$\Rightarrow x^2+7x+7=0 \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-7-\sqrt{21}}{2} \\ x=\dfrac{-7+\sqrt{21}}{2} \end{cases}$$

ومنه (Cf) يقطع محور الفواصل في النقطتين $\left(0;\frac{-7+\sqrt{21}}{2}\right)$ و $\left(\frac{-7-\sqrt{21}}{2};0\right)$

مع محور التراتيب:

لدينا: $f(0)=3,5$

ومنه (Cf) يقطع محور التراتيب في النقطة $(0;3,5)$

5) دراسة وضعية (Cf) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=1$

نحول على دراسة إشارة الفرق $f(x)-y$

لدينا: $f(x)-y=f(x)-1=\frac{5x+5}{x^2+2x+2}$

بما أن $x^2+2x+2>0$ فإن إشارة $f(x)-y$ من إشارة $5x+5$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$	0	$+$
الوضعية النسبية	(Cf) يقع تحت (Δ)	(Cf) يقطع (Δ)	(Cf) يقع فوق (Δ)

6) لدينا:

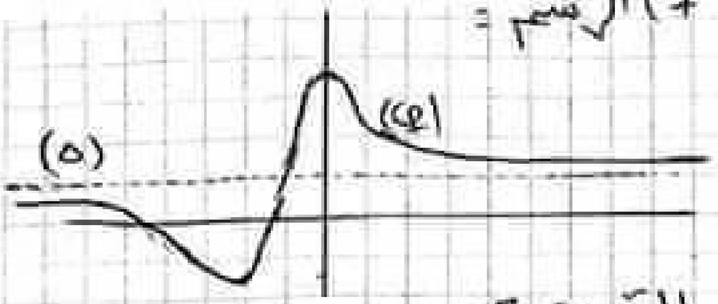
$$f(-2-x)=1+\frac{5(-2-x)+5}{(-2-x)^2+2(-2-x)+2}$$
$$=1+\frac{-5x-5}{x^2+\ +4x-4-2x+2}$$
$$=1-\frac{5x+5}{x^2+2x+2}$$
$$f(-2-x)+f(x)=1-\frac{5x+5}{x^2+2x+2}+1+\frac{5x+5}{x^2+2x+2}$$
$$=2$$

ومنه $f(-2-x)+f(x)=2$

التفسير: $f(2\alpha-x)+f(x)=2\beta$

إذن النقطة $\omega(-1;1)$ مركز تناظر لـ (Cf)

7) الرسم:



التمرين 08:

f دالة معرفة بـ: $f(x)=ax^3+bx+c$

$$\begin{cases} f(1)=-3 \\ f'(0)=-6 \end{cases} \quad f(1)=a+b+c=-3 \quad f'(x)=3ax^2+b$$

$f'(0)=-6 \Rightarrow 3a(0)^2+b=-6$

$\Rightarrow b=-6$

$B(0;1) \Rightarrow f(0)=1$

$\Rightarrow a(0)^3+b(0)+c=1 \Rightarrow c=1$

$a+b+c=-3 \Rightarrow a-6+1=-3$

$\Rightarrow a=2$

ومنه: $f(x)=2x^3-6x+1$

حل التمرين 09:

أ) $g(-1)=2\ ;\ g(1)=-2\ ;\ g(0)=0$

$g'(1)=0\ ;\ g'(0)=\frac{-1.5-0}{0.5-0}=-3$

$g''(0)=0$

ب) كتابة معادلات المماس:

عند النقطة "A":

$y=f'(1)(x-1)+f(1)=-2$

عند النقطة "B":

$y=f'(-1)(x+1)+f(-1)=2$

عند النقطة "O":

$y=f'(0)(x)+f(0)=-3x$

ج) تشكيل جدول تغيرات الدالة g:

x	-2	-1	1	2
تغيرات g	-2 ↗	2 ↘	-2 ↗	2

2) لدينا:

$g(0)=0 \Rightarrow a(0)^3+(b)^3+c=0$

$\Rightarrow \boxed{c=0}$

$g(-1)=2 \Rightarrow -a-b=2 \Rightarrow a+b=-2$

$g'(x)=3ax^2+b \;/\; g'(1)=0$

$\Rightarrow 3a+b=0$

$$\begin{cases} a+b=-2 \\ 3a+b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a=1 \\ b=-3 \end{matrix}$$

التمرين 10:

$$f'(x)=\frac{2x(x-1)-(x^2-3)}{(x-1)^2}$$

$$=\frac{2x^2-2x-x^2+3}{(x-1)^2}=\frac{x^2+3-2x}{(x-1)^2}$$

مجال الاشتقاق $\mathbb{R}-\{1\}$

إشارة المشتقة من إشارة البسط x^2+3-2x لأن $(x-1)^2>0$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
إشارة $f'(x)$	+	||	+
تغيرات f	↗	||	↗

2) $f'(x)=3 \Rightarrow \frac{x^2+3-2x}{(x-1)^2}=3$

$x^2+3-2x=3(x^2+1-2x)$

$\Rightarrow x^2-3x^2-2x+6x+3-3=0$

$\Rightarrow -2x^2+4x=0$

$\Rightarrow x(-2x+4)=0 \Rightarrow x=0$ أو $x=2$

$(\Delta): y=f'(0)x+f(0)=3x+3$

$(\Delta'): y=f'(2)(x-2)+f(2)$

$=3x-5$

3) هل يوجد مماس ... ؟

نحل المعادلة $f'(x)=0$

$\Rightarrow \frac{x^2+3-2x}{(x-1)^2}=0 \Rightarrow x^2+3-2x=0$

المعادلة ليس لها حلول في $\mathbb{R}$

لا يوجد مماس لـ (C) يوازي محور الفواصل.

التمرين 11

1- إكمال الجدول...

2- $f(x)=0$ معناه:

$x=-2$ أو $x=0$ أو $x=2$

إشارة $f(x)$ على I:

x	-3		-2		-1		0		1		2		3
إشارة $f(x)$		−	0		+		0		−		0	+	

3) g دالة معرفة على I بـ $g(x)=(f(x))^2$

حسب المبرهنة: $(g\circ f)(x)$

$(g\circ f)'(x)=g'(f(x))\,f'(x)=2f(x)f'(x)$

ب- جدول تغيرات الدالة g:

x	-3		-2		-1		0		1		2		3
$g'(x)$		−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+	
تغيرات g	25	↘	0	↗	4	↘	0	↗	9	↘	0	↗	4

ج/ القيم الحدية للدالة g:

القيمة الحدية العظمى عند $(-3;25)$

" " الصغرى $(-2,0)$ $(-1,0)$ $(0,0)$ $(2,0)$

- حصر $g(x)$: $0 \leq g(x) \leq 25$

حل التمرين 12:

$f(x)=x^3+x^2+\alpha x$

تعيين α من أجل: $f'(-1)=-4$

$f'(x) = 3x^2 + 2x + \alpha$

$f'(-1) = 3(-1)^2 + 2(-1) + \alpha = -4$

$\Rightarrow 3 - 2 + \alpha = -4$

$\Rightarrow \alpha = -5$

2) دراسة اتجاه تغير الدالة f

من أجل $\alpha = 5$:

لدينا $f'(x) = 3x^2 + 2x + 5$

ومنه: $f'(x) > 0$ وبالتالي الدالة f متزايدة على IR.

3) تعيين قيم α التي من أجلها تكون f متزايدة على IR.

أي تعيين قيم α حيث:

$3x^2 + 2x + \alpha > 0$

معناه: $4 - 12\alpha \leq 0$ معناه $\alpha \geq \frac{1}{3}$

معناه: $\alpha \in [\frac{1}{3} ; +\infty[$

حل التمرين 13:

$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{\frac{2}{1+h+1} - 1}{h}$

$= \frac{\frac{2}{h+2} - 1}{h} = \frac{-1}{h+2}$

$f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{-1}{h+2} = \frac{-1}{2}$

2) $\lim_{h \to 0} \frac{3h+2}{(h+1)^2} = 2$

3) أ- بقراءة بيانية:

$k(-1) = 0 / k'(-1) = 0 / k(0) = -1$

$k'(0) = \frac{0.5 + 2.5}{-1-1} = -1.5$

ج- معادلة المماس لـ C_k عند النقطة A:

$y = k'(-2)(x+2) - 2 = 4.5x + 7$

التمرين 14:

1/ f قابلة للاشتقاق على $[-1;3]$

ودالتها المشتقة: $f'(x) = 3x^2 - 6x$

2) $f(0) = 2 / f(2) = -2 / f'(0) = 0$

$f'(2) = 0$

3) دراسة إشارة المشتقة:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
تغيرات f		$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	

4) كتابة معادلة المماس (Δ):

$(\Delta): y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$= -3(x-1) + 0 = -3x + 3$

5) دراسة الوضعية النسبية لـ (φ) و (Δ):

$f(x) - y = x^3 - 3x^2 + 2 + 3x - 3$

$= x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ حل خاص.

$= (x-1)(x^2 - 2x + 1)$

إشارة الفرق وجدول الوضعية:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x) - y$		$-$	0	$+$	
الوضعية النسبية		(φ) يقع تحت (Δ)	(φ) يقطع (Δ)	(φ) يقع فوق (Δ)	

(Cf) يقطع (D) عند النقطة W(1,0)
يخترق المماس المنحنى ومن النقطة
W(:0) هي نقطة انعطاف لـ (Cf)
التمرين رقم 18 :

1)

$$f(x)=\frac{x^2+5}{x-2}$$

$$f(x)=\frac{(ax+b)(x-2)+(c)}{x-2}$$

$$=\frac{ax^2+bx-2ax-2b+c}{x-2}$$

$$=\frac{ax^2+x(b-2a)-2b+c}{x-2}$$

بالمطابقة نجد :

$$\begin{cases} a=1 \\ b-2a=0 \\ -2b+c=5 \end{cases} \Rightarrow a=1 \quad b=2 \quad c=9$$

$$f(x)=x+2+\frac{9}{x-2}$$

2) وضعية (Cf) بالنسبة لـ (D) :

$$f(x)-y=x+2+\frac{9}{x-2}-(x+2)$$

$$=\frac{9}{x-2}$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$	‖	$+$
الوضعية النسبية	(Cf) يقع تحت (D)	‖	(Cf) يقع فوق (D)

$$f'(x)=\frac{2x(x-2)-(x^2+5)}{(x-2)^2}$$

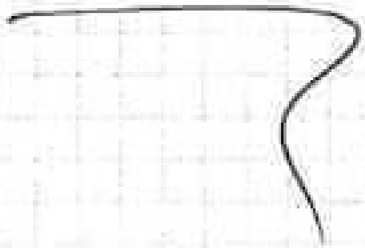
$$=\frac{2x^2-4x-x^2-5}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}$$

$$\begin{array}{r|l} x^2-4x-5 & x+1 \\ \cline{2-2} -(x^2+x) & x \\ \hline -x-5 & \end{array}$$

$$=\frac{(x+1)(x-5)}{(x-2)^2}$$

اتجاه تغير وجدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		-1		2		5		$+\infty$
إشارة $f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
تغيرات f		↗	-2	↘	‖	↘	10	↗	



والله أعلم.