مديرية التربية لولاية البيض | ثانوية الشيخ بوعمامة

القسم: 2 ريا +2 تر | المدة : 03 ســا

## الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

٦

### التمرين الأول(4ن):

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$،

نعتبر $(C)$ مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي التي تحقق الجملة : $\begin{cases} x=2+3\cos\theta \\ y=3\sin\theta \end{cases}$ $\theta\in IR$

1) أوجد علاقة بين $x$ و $y$ مستقلة عن $\theta$ ثم تحقق أن $x^2+y^2-4x-5=0$ هي معادلة ديكارتية للمجموعة $(C)$.

2) أ - بين إن المستقيم $(\Delta)$ المعرف بالمعادلة $y=x+1$ يقطع $(C)$ في نقطتين نرمز لهما بـ $A$ و $B$.

ب – أوجد إحداثيي كل من $A$ و $B$.

3) عين ومثل المجموعة $(D)$ للنقط $M$ من المستوي حيث : $MA^2-MB^2=0$ .

### التمرين الثاني(4ن):

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ يكون :

$$\cos x+\sin x=\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$$

2) باعتبار $x=\frac{\pi}{8}$ في السؤال السابق استنتج أن : $\tan\frac{\pi}{8}=\sqrt{2}-1$

3) نعتبر في $IR$ المعادلة $(E)$ التالية: $\sin x-\left(\sqrt{2}-1\right)\cos x=1$ ........$(E)$

أ) تحقق من ان : $\cos\frac{\pi}{8}=\sin\frac{3\pi}{8}$.

ب) بين ان المعادلة $(E)$ تكافئ المعادلة : $\sin\left(x-\frac{\pi}{8}\right)=\sin\frac{3\pi}{8}$.

ت) حل في $IR$ المعادلة $(E)$.

### التمرين الثالث(4ن):

$ABCD$ متوازي أضلاع $m$ عدد حقيقي. نرمز بـ $G_m$ مرجح $(A,2m)$ ، $(B,1-m)$ و $(C,2-m)$

1) بين أن $G_m$ موجود من أجل كل عدد حقيقي $m$.

2) أنشئ النقطة $G_1$

3) عبر عن $\overrightarrow{AG_m}$ بدلالة $m$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

4) استنتج أن $\overrightarrow{G_1G_m}=\frac{1-m}{3}\overrightarrow{AD'}$ ( $D'$ نظيرة $D$ بالنسبة لـ $C$ )

5) ما هي مجموعة النقط $G_m$ عندما يمسح $m$ مجموعة الأعداد الحقيقيةR ؟ أنشئ هذه المجموعة

اقــــلــــب الصــــــفـــحــة

## التمرين الرابع (8ن):

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $D_f$ بـ : $f(x)=\frac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$ حيث $D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$

و ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;I,J)$.

1) أحسب نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجموعة تعريفها . استنتج المستقيمات المقاربة الموازية لمحور التراتيب.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أكتب معادلة للمماس $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4) بين أنه من أجل كل $x$ من $D_f$:

$$f(x)=x+1+\frac{x}{x^2-1}$$

5) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x+1$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحني $(C_f)$ عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

أدرس وضعية المنحني $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم المقارب المائل $(\Delta)$.

6) اثبت ان المنحني $(C_f)$ يقبل النقطة A(0 , 1) مركز تناظر

انتهى

تصحيح الإختبار الثاني
في مادة "الرياضيات"

الأستاذ : يكسري رضوان
ثانوية الشيخ بوعمامة / الأبيض سالش

## التمرين الأول :

$$M(x,y)\begin{cases} x = 2+3\cos\theta \\ y = 3\sin\theta \end{cases} ;\ \theta\in\mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x-2 = 3\cos\theta & \text{——(1)} \\ y = 3\sin\theta & \text{——(2)} \end{cases}$$

بتربيع الطرفين في (1) و (2)

$$\begin{cases} (x-2)^2 = 9\cos^2\theta & \text{——(3)} \\ y^2 = 9\sin^2\theta & \text{——(4)} \end{cases}$$

$$(x-2)^2+y^2 = 9\underbrace{(\cos^2\theta+\sin^2\theta)}_{1} \leftarrow (4)+(3)$$

إذن $(x-2)^2+y^2 = 9$
وهو المطلوب.

التحقق : $(x-2)^2+y^2-9=0$

$x^2+y^2-4x-5=0$ (و.هـ.م)

البحث عن إحداثيي نقط تقاطع (Δ) مع (C)

$(\Delta)\cap(C) \rightarrow x^2(x+1)^2-4x-5=0$

$x^2-x-2=0$

$\Delta = 9 \rightarrow x_1=-1 \ ;\ x_2 = 2$

$x_1=-1 \rightarrow y=0$

$x_2=2 \rightarrow y=3$

$A(-1,0) \ ;\ B(2,3)$

تعيين المجموعة (D) حيث :

$MA^2-MB^2=0 \ ;\ M(x;y)$

$(-1-x)^2+(-y)^2 = (2-x)^2+(x-y)^2$

$y = -x+2$

المجموعة (D) هي المستقيم (Δ) حيث

$(\Delta):\ y=-x+2$

## التمرين الثاني :

التحقق من كون

$\cos x+\sin x = \sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

$\cos x+\sin x = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x+\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x\right)$

$= \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}\cdot\cos x+\sin\frac{\pi}{4}\cdot\sin x\right)$

$= \sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ حسب دساتير الجمع

نفرض $x=\frac{\pi}{8}$

لدينا

$\cos x+\sin x = \sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

$\cos\frac{\pi}{8}+\sin\frac{\pi}{8} = \sqrt{2}\cos\left(-\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$

بقسمة الطرفين على $\cos\frac{\pi}{8}$ نجد :

$1+\tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2}$

$\tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2}-1$ (و.هـ.م)

$(E)\ \dots\ \sin x-(\sqrt{2}-1)\cos x = 1$

أ) - التحقق : نعلم أن :

$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$

إذن :

$\cos\frac{\pi}{8} = \sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right) = \sin\frac{3\pi}{8}$ (و.هـ.م)

$(E)\ \dots\ \sin x-(\sqrt{2}-1)\cos x = 1$

$\sin x-\tan\frac{\pi}{8}\cdot\cos x = 1$

$\sin x-\frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\cos\frac{\pi}{8}}\cdot\cos x = 1$

بضرب الطرفين في $\cos\frac{\pi}{8}$ والتبسيط

نحصل على $\sin\left(x-\frac{\pi}{8}\right) = \cos\frac{\pi}{8} = \sin\frac{3\pi}{8}$

حل المعادلة $(E)$ في $\mathbb{R}$:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right) = \sin\frac{3\pi}{8}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \end{cases} ; k \in \mathbb{Z}$$

ومنه الحلول هي:

$$S = \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k \right\}$$ بوجهات

## التمرين الثالث:

$G_m$ مرجح الجملة المثقلة:

$$\{(A, 2m) ; (B , 1-m) ; (C , 2-m)\}$$

الإثبات:

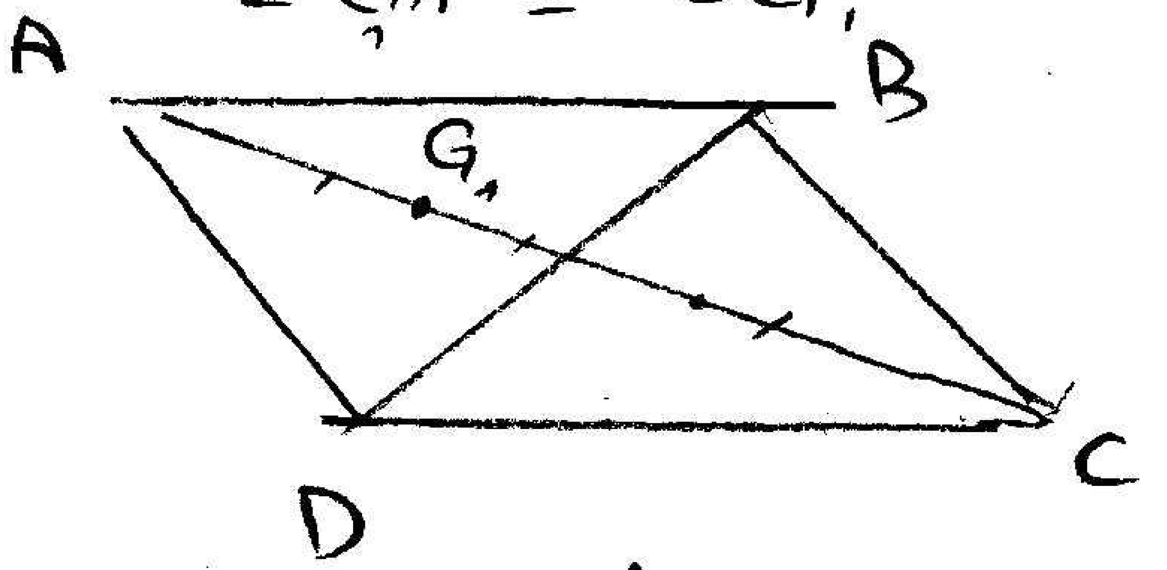
$$2m + 1 - m + 2 - m = 3 \neq 0$$

إذن $G_m$ موجود من أجل كل $m \in \mathbb{R}$

استنتاج $G_1$:

$$2\overrightarrow{G_1A} + \overrightarrow{G_1C} = \vec{0}$$

$$2\overrightarrow{G_1A} = \overrightarrow{CG_1}$$




التعبير عن $AG_m$ بدلالة $m$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ [illegible]:

$$2m\overrightarrow{G_mA} + (1-m)\overrightarrow{G_mB} + (2-m)\overrightarrow{G_mC} = \vec{0}$$

بالتبسيط نجد:

$$\overrightarrow{AG_m} = \frac{(1-m)\overrightarrow{AB} + (2-m)\overrightarrow{AC}}{3}$$

$$\overrightarrow{AG_m} = \overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{G_1G_m}$$ (حسب علاقة شال)

$$\overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{G_1G_m} = \frac{(1-m)\overrightarrow{AB} + (2-m)\overrightarrow{AC}}{3}$$

$$\overrightarrow{G_1G_m} = \frac{(1-m)\overrightarrow{AB} + (2-m)\overrightarrow{AC}}{3} - \frac{\overrightarrow{AC}}{3}$$

$$\overrightarrow{G_1G_m} = \frac{1-m}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$

$$\overrightarrow{G_1G_m} = \frac{1-m}{3}\overrightarrow{AD'}$$

عندما يمسح $m$ $\mathbb{R}$، المجموعة هي النقط التي تمثل المستقيم الذي يشمل $G_1$ ويوازي $\overrightarrow{AD'}$

## التمرين الرابع:

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

$$D_f = ]-\infty, -1[ \cup ]-1 ; 1[ \cup ]1 ; +\infty[$$

حساب النهايات:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \underset{<}{\to} -1} f(x) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x \underset{>}{\to} -1} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \underset{<}{\to} 1} f(x) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x \underset{>}{\to} 1} f(x) = +\infty$$

دراسة اتجاه التغير:

المشتقة: $$f'(x) = \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$$

دراسة إشارتها:

$$f'(x) = 0 \rightarrow x^2(x^2-3) = 0$$

$$\begin{cases} x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \\ x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

جدول التغيرات:

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{3}$ | | $-1$ | | $0$ | | $+1$ | | $+\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2$ | | + | | + | | + | 0 | + | | + | | + | |
| $x^2-3$ | | + | 0 | − | | − | | − | | − | 0 | + | |
| $f'(x)$ | | + | 0 | − | ‖ | − | 0 | − | ‖ | − | 0 | + | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $f(-\sqrt{3})$ | ↘ | $-\infty$ ‖ $+\infty$ | ↘ | | ↘ | $-\infty$ ‖ $+\infty$ | ↘ | $f(+\sqrt{3})$ | ↗ | $+\infty$ |

حساب معادلة المماس عند $x_0 = 0$

$y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$\boxed{y = 1}$

$$f(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2-1}$$

$$= \frac{x^3+x^2-1}{x^2-1} \quad \text{(و. هـ. م)}$$

تبيان أن $(\Delta): y = x+1$ مقارب مائل

لدينا:

$$\lim_{x\to\pm\infty}(f(x)-y) = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{x^2-1}$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty}\frac{1}{x} = 0$$

إذن $(\Delta): y = x+1$ هو مقارب مائل لـ $(C_f)$ بجوار $(\pm\infty)$.

دراسة الوضعية النسبية

لندرس إشارة المقدار $\alpha = \frac{x}{x^2-1}$

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | | $0$ | | $+1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ |
| $x^2-1$ | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ |
| $\alpha$ | $-$ | ‖ | $+$ | | $-$ | ‖ | $+$ |
| الوضع النسبي | $(C_f)$ تحت $(\Delta)$ | ‖ | $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ | $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في النقطة $A(0,1)$ | $(C_f)$ تحت $(\Delta)$ | ‖ | $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ |

إثبات أن $A(0,1)$ هي نقطة تناظر $(C_f)$

$x \in D_f \to (2(0)-x) \in D_f$

و

$f(-x) - f(x) = 2$

$f(2(0)-x) + f(x) = 2(1)$

وهو المطلوب.

انتهى.

الطالب:

مكاوي أيوب القسم 2 ريا.

ثانوية الشيخ بوعمامة.