

الفرض الأول المحروس للثلاثي الأول

التمرين الأول (14 نقطة)

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي: $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ و $g(x) = x^2 - 2x + 3$

نسمي (C_f) و (C_g) المنحنيين البيانيين الممثلين لهما في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})
1) عين D_f و D_g مجموعتي تعريفي كلا من الدالين f و g .

2) أ) عين العددين الحقيقيين a, b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$.

ب) فكك الدالة f الى مركب دالتين يطلب تعيينهما.

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$.

د) بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يسمح بالانتقال من المنحني (C) الممثل للدالة مقلوب الى المنحني (C_f) ثم أرسم (C_f) .

هـ) لتكن $\Omega(1; 2)$ نقطة من المستوي.

بعد تعيين دساتير تغيير المعلم عين معادلة المنحني (C_f) في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ ثم عين مركز التناظر للمنحني (C_f) .

3) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = (x-1)^2 + 2$.

ب) فكك الدالة g الى مركب دالتين يطلب تعيينهما ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجموعة \mathbb{R} .

ج) اشرح كيفية رسم المنحني (C_g) ثم أرسم (C_g) في نفس المعلم السابق.

د) استنتج أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$ فإن $g(x) \in [2; +\infty[$.

4) نعتبر الدالة العددية h المعرفة بـ: $h(x) = (f \circ g)(x)$

أ. بين أن الدالة h معرفة على المجموعة \mathbb{R} .

ب. عين عبارة $h(x)$ بدلالة x .

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة h على كل من المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$.

5) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $(E): x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = 0$

أ. بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة $f(x) = g(x)$.

ب. عين بيانيا حلول المعادلة (E) .

6) ليكن P كثير الحدود المعرف بـ: $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$

أ) أحسب $P(2)$ ثم استنتج تحليلا لكثير الحدود P .

ب) حل في المجموعة \mathbb{R} المعادلة $P(x) = 0$.

التمرين الثاني (06 نقاط):

الدالة العددية المعرفة بجدول تغيراتها الموالي :

x	-4	-2	1
$k(x)$	5	1	10

(1) أذكر اتجاه تغير الدالة k .

(2) نعتبر الدوال العددية التالية ψ, d و φ المعرفة بـ :

$$\varphi(x) = 2 + \frac{1}{k(x)} \quad \text{و} \quad \psi(x) = \sqrt{k(x)} \quad , \quad d(x) = -2k(x) + 3$$

أ) عين اتجاه تغير كل دالة من الدوال ψ, d و φ .

ب) شكل جدول تغيرات كل دالة من الدوال ψ, d و φ .

بالتوفيق 😊 والنجاح 😊 أستاذ المادة 🌸

المستوى : 2 رياضي تصحيح الفرض الأول

العلامة	التصحيح
	<p>التعريف الأول ☺☺☺ :</p> <p>لدينا : $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ و $g(x) = x^2 - 2x + 3$</p>
2×0.25	<p>(1) تعيين مجموعتي التعريف :</p> $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x-1 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ $D_g = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$
0.75	<p>(2) أ) تعيين العددين الحقيقيين a, b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{1\}$:</p> $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$ <p>لدينا : $f(x) = \frac{ax - a + b}{x-1}$</p> <p>بالمطابقة نجد : $\begin{cases} a=2 \\ -a+b=-1 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a=2 \\ b=-1+a=-1+2 \end{cases}$ أي $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$</p> <p>ومنه $f(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$</p>
2×0.25	<p>ب) تفكيك الدالة f الى مركب دالتين :</p> $u(x) = x-1$ $v(x) = 2 + \frac{1}{x}$ <p>حيث $x \xrightarrow{u} x-1 \xrightarrow{v} 2 + \frac{1}{x-1}$</p>
2×0.5	<p>ج) استنتاج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]1; +\infty[$ و $] -\infty; 1[$:</p> <p>لدينا u متزايدة تماما على المجال $] -\infty; 1[$.</p> <p>من أجل $x \in] -\infty; 1[$ فان $x-1 \in] -\infty; 0[$ و v متناقصة تماما على المجال $] -\infty; 0[$ وبالتالي f متناقصة تماما على المجال $] -\infty; 1[$.</p> <p>لدينا u متزايدة تماما على المجال $] 1; +\infty[$.</p> <p>من أجل $x \in] 1; +\infty[$ فان $x-1 \in] 0; +\infty[$ و v متناقصة تماما على المجال $] 1; +\infty[$ وبالتالي f متناقصة تماما على المجال $] 1; +\infty[$.</p>
0.5	<p>د) تبيان أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يسمح بالانتقال من المنحني (C) الممثل للدالة مقلوب الى المنحني (C_f) :</p> <p>لدينا : $f(x) = \frac{1}{x-1} + 2$</p> <p>أي $f(x) = p(x-1) + 2$ حيث $p(x) = \frac{1}{x}$ ومنه (C_f) هو صورة (C) بالانسحاب $\vec{u}(1; 2)$</p>

0.5	<p>هـ) لدينا : $\Omega(1;2)$ نقطة من المستوي .</p> <p>- تعيين دساتير تغيير المعلم :</p> <p>لتكن M نقطة من المستوي احداثياها $(x; y)$ في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ واحداثياها $(X; Y)$ في المعلم $(\Omega; \vec{i}; \vec{j})$.</p> $\begin{cases} x = X + 1 \\ y = Y + 2 \end{cases}$ بتغيير المعلم لدينا : <p>- تعيين معادلة المنحني (C_f) في المعلم $(\Omega; \vec{i}; \vec{j})$:</p> <p>- لدينا : $M \in (C_f)$ يعني $y = f(x)$ أي $y = 2 + \frac{1}{x-1}$</p> <p>ومنه $Y + 2 = 2 + \frac{1}{X+1-1}$ أي $Y = \frac{1}{X}$ وهي معادلة المنحني (C_f) في المعلم $(\Omega; \vec{i}; \vec{j})$</p>
0.25	<p>- تعيين مركز التناظر :</p> <p>النقطة $\Omega(1;2)$ مبدأ المعلم $(\Omega; \vec{i}; \vec{j})$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f).</p>
0.5	<p>3) أ) التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = (x-1)^2 + 2$</p> <p>- لدينا : $(x-1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 1 + 2 = x^2 - 2x + 3$</p> <p>ومنه $g(x) = (x-1)^2 + 2$</p>
2 × 0.25	<p>ب) تفكيك لدالة g الى مركب دالتين :</p> $x \xrightarrow{u} x-1 \xrightarrow{m} (x-1)^2 + 2$ <p>حيث $\begin{cases} u(x) = x-1 \\ m(x) = x^2 + 2 \end{cases}$</p> <p>• استنتاج اتجاه تغير الدالة g على المجموعة \mathbb{R} :</p> <p>- لدينا : u متزايدة تماما على المجال $]-\infty; 1[$.</p> <p>- من أجل $x \in]-\infty; 1[$ فان $x-1 \in]-\infty; 0[$ و m متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 0[$</p> <p>وبالتالي f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 1[$.</p> <p>- لدينا : u متزايدة تماما على المجال $]1; +\infty[$.</p> <p>- من أجل $x \in]1; +\infty[$ فان $x-1 \in]0; +\infty[$ و m متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$</p> <p>وبالتالي f متناقصة تماما على المجال $]1; +\infty[$.</p>
0.5	<p>ج) شرح كيفية رسم المنحني (C_g) :</p> <p>- لدينا : $g(x) = l(x-1) + 2$ حيث $l(x) = x^2$</p> <p>إذن المنحني (C_g) هو صورة المنحني (C_l) بالانسحاب $\vec{u}(1;2)$</p>

02	<p style="text-align: right;">الرسم :</p>
0.25	<p>(د) استنتاج أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$ فإن $g(x) \in [2; +\infty[$ - من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $g(x) \in [2; +\infty[$</p>
0.5	<p>(4) لدينا $h(x) = (f \circ g)(x)$ (أ) تبين أن الدالة h معرفة على المجموعة \mathbb{R} : - لدينا : $D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_g \wedge g(x) \in D_f\}$ أي $D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} / x \in \mathbb{R} \wedge g(x) \in \mathbb{R} - \{1\}\}$ ومنه أي $D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} / x \in \mathbb{R} \wedge g(x) \neq 1\}$ لان $g(x) \neq 1$ حيث $g(x) \in [2; +\infty[$ $D_{f \circ g} = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$</p>
0.5	<p>(ب) تعيين عبارة $h(x)$ بدلالة x : - لدينا : $h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{2(x^2 - 2x + 3) - 1}{x^2 - 2x + 3 - 1}$ أي $h(x) = \frac{2x^2 - 4x + 5}{x^2 - 2x + 2}$</p>
2 × 0.5	<p>(ج) استنتاج اتجاه تغير الدالة h على كل من المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$: - على المجال $]-\infty; 1[$: g متناقصة تماما على $]-\infty; 1[$ و f متناقصة تماما على المجال $]2; +\infty[$ ومنه h متزايدة تماما على المجال $]-\infty; 1[$. - على المجال $]1; +\infty[$: g متزايدة تماما على $]1; +\infty[$ و f متناقصة تماما على المجال $]2; +\infty[$ ومنه h متناقصة تماما على المجال $]1; +\infty[$.</p>

0.5	<p>(5) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $(E): x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = 0$</p> <p>(أ) بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة $f(x) = g(x)$: $f(x) = g(x)$ يكافئ $\frac{2x-1}{x-1} = x^2 - 2x + 3$ ومنه $(E): x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = 0$</p>
0.25	<p>(ب) تعيين حلول المعادلة (E) بيانيا:</p> <p>حلول المعادلة (E) هي فواصل نقط تقاطع (C_f) و (C_g) $(C_f) \cap (C_g) = \{A\}$ $S = \{2\}$</p>
0.25	<p>(6) ليكن P كثير الحدود المعرف بـ : $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$</p> <p>(أ) حساب $P(2)$: $P(x) = (2)^3 - 3(2)^2 + 3 \times 2 - 2 = 8 - 12 + 6 - 2 = 0$</p> <p>- استنتاج تحليل لكثير الحدود P : لدينا : 2 جذرا لكثير الحدود P إذن يمكن تحليل P على الشكل :</p> <p>$P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$ ومنه $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2ax^2 - 2bx - 2c$ أي $P(x) = ax^3 + (b-2a)x^2 + (c-2b)x - 2c$</p>
0.75	<p>أي $\begin{cases} a=1 \\ b-2a=-3 \\ c-2b=3 \\ -2c=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=1 \end{cases}$ بالمطابقة نجد :</p> <p>$P(x) = (x-2)(x^2 - x + 1)$</p>
01	<p>(ب) الحل في \mathbb{R} المعادلة $P(x) = 0$: $(x-2)(x^2 - x + 1) = 0$ يكافئ $P(x) = 0$ إما $x-2=0$ ومنه $x=2$ أو : $x^2 - x + 1 = 0$ حساب المميز : $\Delta = (-1)^2 - 4(1)(1) = -3 < 0$ ليس لها حل</p> <p>مجموعة الحلول $S = \{2\}$</p>