ثا نوية الإخوة فروجي – بومدفع - المدة : 2 سا	إختبار الثلاثي الثالث في مادة الرياضيات	الثلاثاء 2018/05/15 قسم: 2 رض

التمرين الأول (08 ن)

(u_n) متتالية عددية معرفة على ℕ كما يلي: $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+1000$.

1) ما هي قيمة الحد u_0 التي تجعل المتتالية (u_n) ثابتة ؟

2) نفرض أن (u_n) غير ثابتة ، ونعرف المتتالية (v_n) كما يلي : من اجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=\frac{1}{2}u_n-\alpha$. حيث α عدد حقيقي .

عين العدد الحقيقي α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

3) نفرض أن: $u_0=3000$ و $\alpha=1000$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0.

بـ- أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

4) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) على ℕ .

5) بين أن (u_n) متقاربة.

6) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=v_0+v_1+..........+v_n$.

7) أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n=u_0+u_1+..........+u_n$.

التمرين الثاني (04 ن)

1) بين أنه إذا كانت a , b و c ثلاث حدود متتابعة بهذا الترتيب لمتتالية هندسية فان: $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)(a-b+c)$.

2) أوجد العددين a و c حيث a , 18 و c ثلاث حدود متتابعة لمتتالية هندسية علما أن مجموعها هو 78 و مجموع مربعاتها 3276 .

التمرين الثالث (08 ن)

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(0,2,1)$ ، $B(2,2,2)$ ، $C(-1,0,1)$ و $D(-4,-2,0)$ وليكن (S) سطح الكرة التي مركزها O ونصف قطرها $r=\sqrt{12}$.

1) أ – عين العددين الحقيقيين α و β بحيث: $\overrightarrow{AB}=\alpha\overrightarrow{AC}+\beta\overrightarrow{AD}$.

بـ – ماذا تستنتج بالنسبة للنقط A ، B ، C و D ؟

2) اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) ، ثم تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (S).

3) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(-2;0;-1)$ شعاع توجيه له.

4) عين احداثيات E نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع المستوي (P) ذي المعادلة $z=-2$.

5) جد إحداثيات F و G نقط تقاطع سطح الكرة (S) مع المستقيم (Δ) .

تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح
عطلة سعيدة للجميع

2as.ency-education.com

قسم 2رض

تصحيح إختبار الثلاثي الثالث في الرياضيات

التمرين الأول (08 ن)

1) (u_n) متتالية ثابتة تكافئ $u_{n+1}-u_n=0$ أي من اجل كل عدد طبيعي n فان $u_{n+1}=u_n=........=u_0$ و عليه بحل المعادلة $u_0=\frac{1}{2}u_0+1000$ نجد $u_0=2000$. $(0,5)$

2) لدينا: $v_{n+1}=\frac{1}{2}u_{n+1}-\alpha$ أي $v_{n+1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u_n+1000\right)-\alpha$ أي $v_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+500-\alpha......(1)$ و عليه تكون (v_n) متتالية هندسية إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي q حيث $v_{n+1}=q\times v_n=q\left(\frac{1}{2}u_n-\alpha\right)$ أي $v_{n+1}=\frac{q}{2}u_n-q\alpha.....(2)$ وبمطابقة (1) مع (2) نجد $\alpha=1000$ و $q=\frac{1}{2}$. $2\times(0,5)$

3) نفرض أن: $u_0=3000$ و $\alpha=1000$:

أ- لدينا $v_n=\frac{1}{2}u_n-1000$ و عليه $v_{n+1}=\frac{1}{2}u_{n+1}-1000$ أي $v_{n+1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u_n+1000\right)-1000$ أي $v_{n+1}=\frac{1}{4}u_n-500$

ومنه $v_{n+1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u_n-1000\right)=\frac{1}{2}v_n$ و عليه (v_n) متتالية هندسية $(0,5)$ أساسها $q=\frac{1}{2}$ $(0,5)$ وحدها الأول $v_0=\frac{1}{2}u_0-1000=500$. $(0,5)$

ب- لدينا $v_n=v_0\times q^n=500\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ولدينا كذلك $v_n=\frac{1}{2}u_n-1000$ $(0,5)$ ومنه $u_n=2v_n+2000$ و عليه $u_n=1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^n+2000$. $(0,5)$

4) لدينا $u_{n+1}-u_n=1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}+2000-1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^n-2000$ ومنه $u_{n+1}-u_n=1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^n\left(\frac{1}{2}-1\right)$ وتكافئ $u_{n+1}-u_n=-500\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$ و عليه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=<0$ و عليه إذن (u_n) متناقصة تماما على □. (1)

5) لدينا $-1\leq\frac{1}{2}\leq1$ ومنه $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$ و عليه $\lim_{x\to+\infty}u_n=\lim_{x\to+\infty}\left[1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^n+2000\right]=2000$ إذن (u_n) متقاربة. $(0,5)$

6) $S_n=v_0+v_1+...........+v_n=1000\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$. (1)

7) $S'_n=u_0+u_1+...........+u_n$ تكافئ $S'_n=(2v_0+2000)+(2v_1+2000)+...........+(2v_n+2000)$

ومنه $S'_n=2(v_0+v_1+....+v_n)+(n+1)\times2000$ و عليه $S'_n=2S_n+(n+1)\times2000$

أي $S'_n=2000\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]+(n+1)\times2000$ ومنه $S'_n=2000\left[n+2-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$. $(1,5)$

التمرين الثاني (04 ن)

1) a , b و c ثلاث حدود متتابعة بهذا الترتيب لمتتالية هندسية معناه $b^2=a\times c$.

لدينا $a^2+c^2+2a\times c=(a+c)^2$ تكافئ $a^2+c^2+2b^2=(a+c)^2$ وبإضافة $(-b^2)$ إلى طرفي المعادلة نجد $a^2+c^2+b^2=(a+c)^2-b^2$

ومنه $a^2+c^2+b^2=(a+c+b)(a+c-b)$ و عليه $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)(a-b+c)$. (1)

2) a ,18 و c ثلاث حدود متتابعة لمتتالية هندسية معناه $ac=324$ ولدينا مما سبق $3276=78(a-18+c)$ ومنه $a+c=60$ وعليه حل الجملة $\begin{cases}a+c=60\\a\times c=324\end{cases}$ (1) يكافئ حل المعادلة $x^2-60x+324=0$ ومنه نجد $(a,c)=(6,54)$ (1) أو $(a,c)=(54,6)$. (1)

التمرين الثالث (08 ن)

1) أ- لدينا $\overrightarrow{AB}(2,0,1)$, $\overrightarrow{AC}(-1,-2,0)$ و $\overrightarrow{AD}(-4,-4,-1)$ $3\times(0,5)$ ومنه $\overrightarrow{AB}=\alpha\,\overrightarrow{AC}+\beta\,\overrightarrow{AD}$ تكافئ حل الجملة: $\begin{cases}2=-\alpha-4\beta\\0=-2\alpha-4\beta\\1=-\beta\end{cases}$

و عليه نجد $\alpha=2$ $(0,5)$ و $\beta=-1$ $(0,5)$ ومنه $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$.

ب- بما أن $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$ فإننا نستنتج أن النقط A ، B ، C و D من نفس المستوي. $(0,5)$

2) معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها O ونصف قطرها $r=\sqrt{12}$ هي من الشكل: $x^2+y^2+z^2=12$. $(0,5)$

لدينا $(2)^2+(2)^2+(2)^2=12$ ومنه $B\in(S)$ $(0,5)$.

2as.ency-education.com

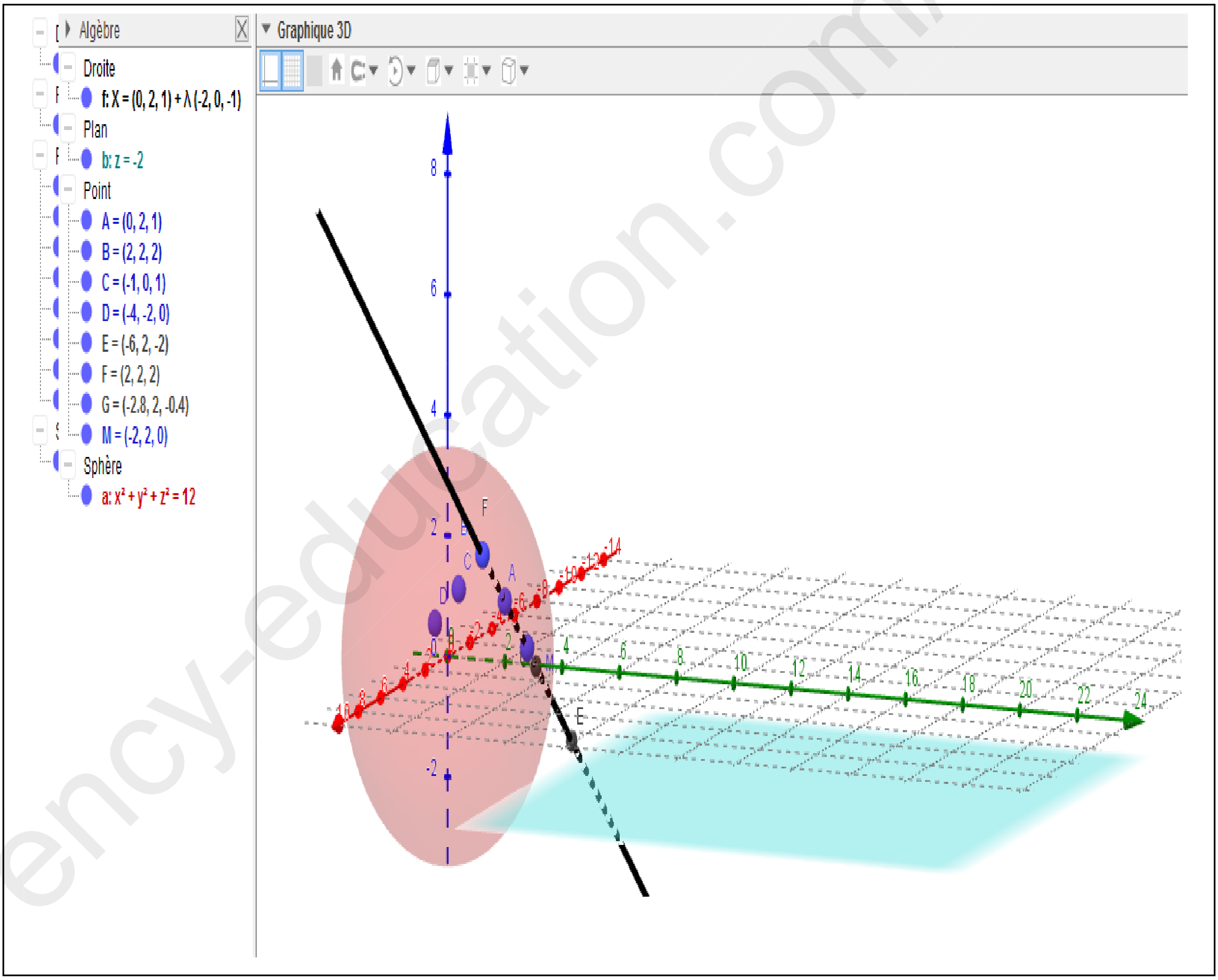
3) المستقيم (Δ) هو مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء بحيث: $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$ أي $\begin{cases} x = -2t \\ y = 2 \\ z = 1-t \end{cases}$ مع $t \in \mathbb{R}$ الجملة هي التمثيل الوسيطي لـ (Δ). (1)

4) إحداثيات E نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع المستوى P ذي المعادلة $z=-2$.

معناه حل الجملة $\begin{cases} x = -2t \\ y = 2 \\ -2 = 1-t \end{cases}$ ومنه $t=3$ و عليه $\begin{cases} x = -6 \\ y = 2 \\ z = -2 \end{cases}$ ومنه نقطة التقاطع هي $E(-6\,;2\,;-2)$. (1)

5) بتعويض التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) في المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) نجد $(-2t)^2+(2)^2+(1-t)^2=12$ ومنه بحل المعادلة $5t^2-2t-7=0$ نجد $t=-1$ أو $t=\frac{7}{5}$ و عليه من اجل $t=-1$ نجد $x=2\,,y=2\,,z=2$ و من اجل $t=\frac{7}{5}$ نجد $x=-\frac{14}{5}\,,y=2\,,z=-\frac{2}{5}$.

إحداثيات نقط تقاطع سطح الكرة (S) مع المستقيم (Δ) هي $F(2\,,2\,,2)$ (1) و $G\left(-\frac{14}{5}\,,2\,,-\frac{2}{5}\right)$. (1)



2as.ency-education.com