

اختبار دورة جوان الاستدراكية في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (07 نقاط)

لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5}$

(1) أحسب الفرق: $u_{n+1} - u_n$ بدلالة u_n

(2) إذا علمت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n > 1$ ، استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متناقصة تماما على \mathbb{N}

(3) لتكن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} كما يلي: $v_n = u_n - 1$

أ - بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها q و حدها الأول v_0

ب - أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

ت - أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n)$ ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n)$

ث - أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ثم استنتج المجموع: $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ بدلالة n

التمرين الثاني: (05 نقاط)

المستوي مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. تعطى الوحدة بالـ: cm و لدينا: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2$

نعتبر (Γ) الدائرة التي مركزها $\Omega(3;1)$ و نصف قطرها $R = \sqrt{5}$

(1) أكتب معادلة ديكارتية للدائرة (Γ) ثم تحقق أن النقطة $A(2; -1)$ تنتمي إلى هذه الدائرة.

(2) أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) ، مماس الدائرة (Γ) عند النقطة A

(3) استنتج معادلة ديكارتية للدائرة (Γ') ، صورة الدائرة (Γ) بالتحاكي h الذي مركزه النقطة O و نسبته $k = -\frac{3}{2}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x^2 - 3x + 2$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2 - أحسب $f'(x)$ و أدرس إشارتها.

3 - شكل جدول تغيرات الدالة f

4 - أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 3$

5 - عين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات ثم أرسم كلا من (T) و (C_f) .

انتهى نص الاختبار

عطلة سعيدة لأبنائنا الأعزاء ، عيد فطر سعيد و بالتوفيق للجميع.

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
07		التمرين الأول: (07 نقاط)
	01	(1) من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5} - u_n = -\frac{4}{5}u_n + \frac{4}{5}$
		(2) بما أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 1$ ، فإن $-\frac{4}{5}u_n + \frac{4}{5} < -\frac{4}{5}(1) + \frac{4}{5}$ و منه:
	01	$u_{n+1} - u_n < 0$ ، و هكذا فإن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متناقصة تماما على \mathbb{N}
		(3) لدينا $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} كما يلي: $v_n = u_n - 1$
	01	أ- لدينا: $v_{n+1} = u_{n+1} - 1 = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5} - 1 = \frac{1}{5}u_n - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}(u_n - 1) = \frac{1}{5}v_n$ و بالتالي $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$
	01	متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{5}$ و حدها الأول $v_0 = u_0 - 1 = 2 - 1 = 1$
	01	ب- من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $v_n = v_0 \times q^{n-0} = 1 \times \left(\frac{1}{5}\right)^n = \left(\frac{1}{5}\right)^n$
	01	و منه: $u_n = v_n + 1 = \left(\frac{1}{5}\right)^n + 1$
	0.5	ت- بما أن: $\frac{1}{5} \in]-1; 1[$ فإن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n = 0$ أي: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n) = 0$
0.5	و منه: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\left(\frac{1}{5}\right)^n + 1\right] = 0 + 1 = 1$	
05		التمرين الثاني: (05 نقاط)
	01	(1) لدينا: $(\Gamma): (x-3)^2 + (y-1)^2 = (\sqrt{5})^2$
		و يمكن أن نكتب أيضا: $(\Gamma): x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$
	01	ولكن: $(2-3)^2 + (-1-1)^2 = 5$ و منه: $A \in (\Gamma)$
		(2) لدينا: $A(2; -1)$ و $\overline{A\Omega}(1; 2)$ كما أن المستقيم (Δ) يشمل A شعاع \overline{OA} ناظمي له. إذن من أجل كل نقطة $M(x; y)$ من (Δ) لدينا: $\overline{AM}(x-2; y+1)$ و
		$\overline{AM} \cdot \overline{A\Omega} = 0$ بتوظيف العبارة التحليلية للجداء السلمي نجد: $1(x-2) + 2(y+1) = 0$ و بعد التبسيط نحصل على معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) كما يلي:
01	$(\Delta): x + 2y = 0$	
0.5	(3) لدينا: $\overline{O\Omega}' = -\frac{3}{2}\overline{O\Omega}$ و بالتالي: $\Omega' \left(-\frac{9}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ و من جهة أخرى:	
01.5	إذن: $R' = \left -\frac{3}{2} \right \times R = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ و $(\Gamma'): \left(x + \frac{9}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^2$	

التمرين الثالث: (08 نقاط)

02

1 حساب النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2) = +\infty$$

01

2 من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = 2x - 3$ و بالتالي:

x	$-\infty$	$3/2$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

01

3 - جدول التغيرات:

x	$-\infty$	$3/2$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$-1/4$	$+\infty$

08

4 - لدينا: $(T): y = f'(3)(x-3) + f(3)$ و منه: $(T): y = 3(x-3) + 2$ و بعد التبسيط

01

نجد: $(T): y = 3x - 7$

5 - التقاطع مع محوري الإحداثيات:

المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطتين اللتين فاصلتهما: 1 و 2 لأن

01

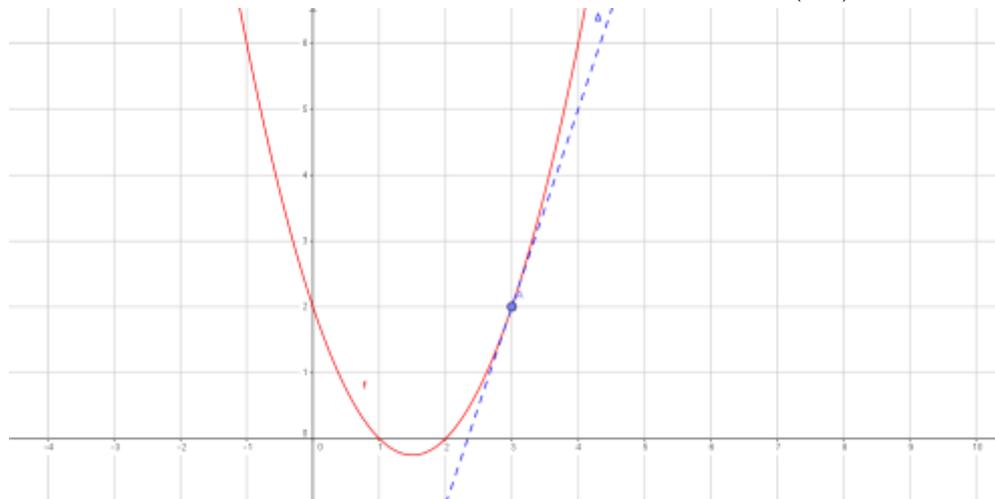
المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين هما 1 و 2

01

المنحنى (C_f) يقطع محور الترتيب في النقطة التي ترتيبها 2 لأن: $f(0) = 2$

01

رسم المنحنى (C_f) و المماس (T)



من إعداد الأستاذ: مراحي لزهر