مديرية التربية لولاية معسكر | ثانوية العروسي حاج قدور- تغنيف -

القسم: السنة ثانية تقني رياضي | المدة :80 د

الفرض الأول للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل :

1. المعادلة $1441x^2 + 2019x - 1991 = 0$ تقبل حلين سالبين (دون حساب المميز) .
2. الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty\,;1]$ بـ : $f(x) = \sqrt{1-x}$ متناقصة تماما على $]-\infty\,;1]$.
3. إذا كانت الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2$ و الدالة g معرفة على $\mathbb{R}^+$ بـ : $g(x) = \sqrt{x}$. فإن : $g \circ f = f \circ g$.
4. حلول المعادلة $\sqrt{x+1} = 2x - 1$ هي : $S = \left\{0\,;\frac{5}{4}\right\}$.

التمرين الثاني:

نعتبر كثير حدود $P(x)$ حيث : $P(x) = x^3 + (\sqrt{2}-1)x^2 + (2-\sqrt{2})x + 2\sqrt{2}$.

1. أحسب $P(-\sqrt{2})$. ماذا تستنتج .
2. أوجد العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :
$$P(x) = (x+\sqrt{2})\,(x^2 + ax + b)$$
3. عين حسب قيم x إشارة $P(x)$.
4. عين حلول المتراجحة $xP(x) > 0$
5. لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - x + 2$. و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$
   - بين أنه من أجل عدد حقيقي x لدينا : $f(x) = (x-\frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4}$.
   - بين أن المستقيم ذو المعادلة $x = \frac{1}{2}$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f) .
   - بين كيف يمكننا رسم المنحنى (C_f) إنطلاقا من منحنى الدالة المربع ثم أنشئه .
   - لتكن الدالة g معرفة علة $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = f(|x|)$ و ليكن (C_g) تمثيلها البياني

     أ) بين أن الدالة h دالة زوجية .

     ب) بين كيف يمكننا رسم المنحنى (C_g) إنطلاقا من (C_f) . ثم ارسمه .

بالتوفيق | أستاذ المادة: عـــزي أحمد

مديرية التربية لولاية معسكر — ثانوية العروسي حاج قدور – تغنيف –

القسم: 2 تر — السنة الدراسية: 2020/2019

تصحيح الفرض الأول للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول :

الإجابة بصحيح او خطأ مع التعليل:

1. خطأ .

التعليل: بفرض ان حلي المعادلة هما x_1 و x_2 نجد : $x_1 \times x_2 = \frac{-1991}{1441}$ أي $x_1 \times x_2 < 0$ و هذا معناه أن العددان x_1 و x_2 من إشارتان مختلفتان .

2. صحيح.

التعليل: لدينا الدالة $x \mapsto 1-x$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty\,;1]$ و من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty\,;1]$ لدينا $f(x) \in [0\,;+\infty[$. ولدينا الدالة $x \mapsto \sqrt{x}$ متزايدة تماما على المجال $]0\,;+\infty]$ وعليه الدالة $x \mapsto \sqrt{1-x}$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty\,;1]$.

3. خطأ.

التعليل: لدينا $f(x) = x^2$ و $D_f = \mathbb{R}$ ولدينا $g(x) = \sqrt{x}$ و $D_g = \mathbb{R}^+$.

لدينا : $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 = x$

و : $D_{f\circ g} = \{x \;/\; g(x) \in D_f \;\text{ و }\; x \in D_g\}$ أي $D_{f\circ g} = \mathbb{R}^+$

ولدينا : $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(x^2) = \sqrt{x^2} = |x|$

و : $D_{g\circ f} = \{x \;/\; f(x) \in D_g \;\text{ و }\; x \in D_f\}$ أي $D_{g\circ f} = \mathbb{R}$

وعليه : $g \circ f \neq f \circ g$

4. خطأ.

التعليل: يكون للمعادلة : $\sqrt{x+1} = 2x-1$ حلول إذا كان $2x-1 \geq 0$ أي $x \geq \frac{1}{2}$

من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left[\frac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$ لدينا:. $\left(\sqrt{x+1}\right)^2 = (2x-1)^2$

أي: $x+1 = 4x^2-4x+1$ معناه : $4x^2-5x=0$ أي $x(4x-5)=0$

و منه للمعادلة حلان : $x_1 = 0$ مرفوض ، $x_2 = \frac{5}{4}$ مقبـول

وبالتالي للمعادلة حل وحيد : $S = \left\{\frac{5}{4}\right\}$.

التمرين الثاني:

1. **حساب $P(-\sqrt{2})$:**

لدينا : $P(-\sqrt{2}) = \left(-\sqrt{2}\right)^3 + \left(\sqrt{2}-1\right)\left(-\sqrt{2}\right)^2 + \left(2-\sqrt{2}\right)\left(-\sqrt{2}\right) + 2\sqrt{2}$

أي: $P(-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2} + \left(\sqrt{2}-1\right)2 + \left(2-\sqrt{2}\right)\left(-\sqrt{2}\right) + 2\sqrt{2}$

معناه: $P(-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} = 0$

الإستنتاج : العدد $\left(-\sqrt{2}\right)$ جذر لكثير الحدود $P(x)$.

2. أيجاد العددين الحقيقيين a و b :

لدينا : $P(x) = \left(x+\sqrt{2}\right)\left(x^2+ax+b\right)$

أي : $P(x) = x^3+ax^2+bx+\sqrt{2}\,x^2+a\sqrt{2}\,x+b\sqrt{2}$

معناه: $P(x) = x^3+\left(a+\sqrt{2}\right)x^2+\left(b+a\sqrt{2}\right)x+b\sqrt{2}$

بالمطابقة نجد: $\left.\begin{matrix} a+\sqrt{2}=\sqrt{2}-1 \\ b\sqrt{2}=2\sqrt{2} \end{matrix}\right\}$ ومنه : $\left.\begin{matrix} a=-1 \\ b=2 \end{matrix}\right\}$

3. تعين إشارة $P(x)$ حسب قيم x :

لدينا : $P(x) = \left(x+\sqrt{2}\right)\left(x^2-x+2\right)$. ومنه : $P(x)=0$ معناه $\left.\begin{matrix} x+\sqrt{2}=0 \\ x^2-x+2=0 \end{matrix}\right\}$

أي: $\left.\begin{matrix} x=-\sqrt{2} \\ x^2-x+2=0 \end{matrix}\right\}$

حل المعادلة $x^2-x+2=0$:

حساب المميز : لدينا $\Delta = 1-8=-7$ منه المعادلة $x^2-x+2x=0$ ليس لها حلول .

ومنه إشارة $P(x)$ هي نفس إشارة $\left(x+\sqrt{2}\right)$ لأن $\left(x^2-x+2x\right)$ موجب تماما .

وعليه إشارة $P(x)$:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		$+\infty$
$x+\sqrt{2}$		$-$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	

4. تعين حلول المتراجحة $xP(x)>0$:

يؤول حل المتراجحة $xP(x)>0$ إلى دراسة إشارة $xP(x)$:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0		$+$		
x			$-$		0	$+$	
$xP(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ومنه حلول

5. لدينا : $f(x)=x^2-x+2$.

- **تبيان أنه من أجل عدد حقيقي x لدينا : $f(x)=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{7}{4}$:**

لدينا: $(x-\frac{1}{2})^2+\frac{7}{4}= x^2-x+\frac{1}{4}+\frac{7}{4}=x^2-x+2=f(x)$

- **تبيان أن المستقيم ذو المعادلة $x=\frac{1}{2}$ هو محور تناظر للمنحنى $\left(C_f\right)$:**

يكفي أن نبين أن $f(2a-x)=f(x)$ حيث $a=\frac{1}{2}$

لدينا: $f(1-x)=(1-x)^2-(1-x)+2$

أي: $f(1-x)=x^2-2x+1-1+x+2$

ومنه: $f(1-x)=x^2-x+2\ =f(x)$

وعليه المستقيم ذو المعادلة $x=\frac{1}{2}$ هو محور تناظر للمنحنى $\left(C_f\right)$.

- **شرح كيفية رسم المنحنى (C_f) إنطلاقا من منحنى الدالة المربع:**

المنحنى (C_f) هو صورة المنحنى الممثل للدالة المربع بالإنسحاب الذي شعاعة $\left(\frac{1}{2}\vec{\imath} + \frac{7}{4}\vec{\jmath}\right)$.

- لدينا الدالة g معرفة علة $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = f(|x|)$

أ) تبيان أن الدالة g دالة زوجية:

لدينا : $D_g = \mathbb{R}$ وهو متناظر بالنسبة للصفر (0)

ولدينا: $g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x)$

ومنه الدالة g دالة زوجية .

ب) شرح كيفية رسم المنحنى (C_g) إنطلاقا من (C_f) :

المنحنى (C_g) متناظر بالنسبى لمحور التراتيب و متطابق على (C_f) على المجال $[0 ; +\infty[$

و لرسم المنحنى (C_g) نرسم منحنى متطابق على (C_f) على المجال $[0 ; +\infty[$ ثم نرسم نظيره بالنسبة لمحور التراتيب .

التمثيلات البيانية: