الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية المسيلة | ثانوية الشهيد حميدي عيسى
المستوى: ثانية ثانوي | الشعبة: تقني رياضي
الخميس 17 مارس 2022 | المدة: ساعتان

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

⚠ تجنب الشطب واستعمال المصحح.

☆ التمرين الأول: (06 نقاط)

I) يحتوي كيس على 7 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها ثلاث كريات بيضاء B_1 ، B_2 و B_3 وأربع كريات خضراء V_1 ، V_2 ، V_3 و V_4.

نسحب كريتين من الكيس على التوالي بحيث نعيد الكرية الأولى قبل السحب الثاني.

① مثل النتائج بمخطط (أو شجرة)، ثم عين مجموعة الإمكانيات Ω.

② احسب إحتمال الأحداث التالية: الحدث A "سحب كريتين مختلفتين في اللون".
الحدث B "سحب كريتين من نفس اللون".
الحدث C "سحب كرية بيضاء على الأكثر".

II) نقترح اللعبة التالية: للمشاركة يدفع اللاعب αDA (α عدد طبيعي) ، فإذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ وإذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$ وإذا سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه.

وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة العدد الطبيعي α.

① عين القيم المتغير العشوائي X، ثم عرف قانون إحتماله.

② أ - بين أن الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X بدلالة α يعطي بـ: $E(X) = \frac{300}{7} - \alpha$.

ب - أوجد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

☆ التمرين الثاني: (06 نقاط)

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر النقط $A(1;2)$ ، $B(-8;-1)$ و $C(3;4)$.
و H نقطة معرفة كما يلي: $\overrightarrow{AH} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

① بين أن النقطة H هي مرجح النقطتين A و C، المرفقتين على الترتيب بمعاملين يطلب تعينهما.

② لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1);(B;-1);(C;-3)\}$.

أ - احسب إحداثيي النقطة G.

ب - بين أن النقط B ، H و G في استقامية.

③ لتكن (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $||\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}||=3(k+1)^2$ مع $k\in\mathbb{R}$.

أ - عبر عن الشعاع $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{MG}$.

ب - عين قيم k حتى تكون (Γ_1) دائرة نصف قطرها 1 يطلب تعيين مركزها.

④ عين، ثم أنشئ (Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $2||\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}||=3||\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MC}||$.

☆ التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+3x+6}{x+2}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$.

① عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+2}$.

② احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

③ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f'(x)=\dfrac{x(x+4)}{(x+2)^2}$.

④ استنتج اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

⑤ أ - بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين إحدهما المستقيم (Δ) ذو المعادلته $y=x+1$.

ب - ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

⑥ تحقق أن النقطة $A(-2;-1)$ هي نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين، ثم بين أنها مركز تناظر للمنحنى (C_f).

⑦ ارسم المستقيمات المقاربة والمنحنى (C_f).

☆ انتهى الإختبار ☆

إذ أنت لم تزرع وأبصرت حاصدا ☆☆ ندمت على التفريط في زمن البذر

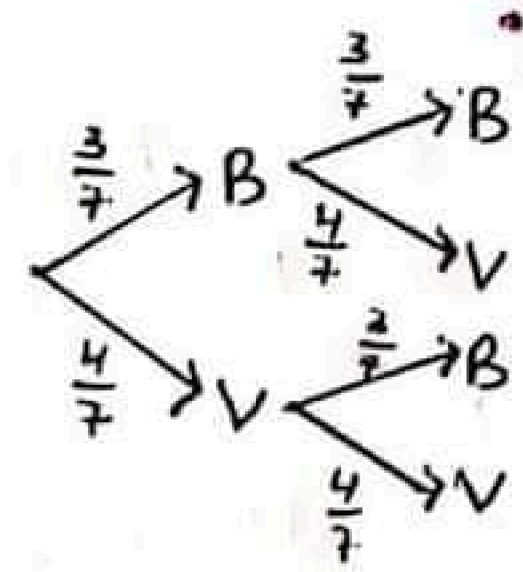
أستاذ المادة: قراحتية المحفوظ

الإجابة النموذجية لـ: إختبار الفصل الأول — القسم: ثانية تقني رياضي — الأستاذ: فراحتية المحفوظ

العلامة	الإجابة

- حل التمرين الأول:

I ① - تمثيل النتائج بمخطط:

1 

BB
BV
VB
VV

• مجموعة الإمكانيات:

$\Omega = \{BB, BV, VB, VV\}$

② - حساب احتمال الحوادث:

1.5 $P(A) = P(\{BV, VB\}) = \frac{3}{7}\times\frac{4}{7} + \frac{4}{7}\times\frac{3}{7}$
$= \frac{12}{49} + \frac{12}{49} = \frac{24}{49}$

$P(B) = P(\{BB, VV\}) = \frac{3}{7}\times\frac{3}{7} + \frac{4}{7}\times\frac{4}{7}$
$= \frac{9}{49} + \frac{16}{49} = \frac{25}{49}$ (أو $P(B) = 1 - P(A)$)

$P(C) = P(\{BV, VB, VV\})$
$= \frac{3}{7}\times\frac{4}{7} + \frac{4}{7}\times\frac{3}{7} + \frac{4}{7}\times\frac{4}{7}$
$= \frac{12}{49} + \frac{12}{49} + \frac{16}{49} = \frac{40}{49}$

II ① - تعيين قيم المتغير العشوائي X:

0.5 لدينا في حالة الحصول على BB نجد $X = 100-\alpha$
في حالة الحصول على BV أو VB نجد
$X = 50-\alpha$
في حالة الحصول على VV نجد $X = -\alpha$
إذن $X = \{100-\alpha; 50-\alpha; -\alpha\}$

العلامة	الإجابة

6 - قانون احتمال المتغير العشوائي X:

1 $P(X = 100-\alpha) = P(\{BB\}) = \frac{3}{7}\times\frac{3}{7} = \frac{9}{49}$

$P(X = 50-\alpha) = P(\{BV, VB\}) = P(A)$
$= \frac{3}{7}\times\frac{4}{7} + \frac{4}{7}\times\frac{3}{7} = \frac{24}{49}$

$P(X = -\alpha) = P(\{VV\}) = \frac{4}{7}\times\frac{4}{7} = \frac{16}{49}$

$X = x_i$	$100-\alpha$	$50-\alpha$	$-\alpha$
$P(X = x_i)$	$\frac{9}{49}$	$\frac{24}{49}$	$\frac{16}{49}$

1 ② - تبيين أنّ: $E(X) = \frac{300}{7} - \alpha$

$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i P_i$
$= (100-\alpha)\times\frac{9}{49} + (50-\alpha)\times\frac{24}{49} - \alpha\times\frac{16}{49}$
$= \frac{900 - 9\alpha + 1200 - 24\alpha - 16\alpha}{49}$
$= \frac{2100 - 49\alpha}{49} = \frac{2100}{49} - \frac{49}{49}\alpha$
$E(X) = \frac{300}{7} - \alpha$

1 ③ - تعيين أكبر قيمة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب:

اللعبة في صالح اللاعب معناه $E(X) > 0$
معناه $\frac{300}{7} - \alpha > 0$ معناه $\frac{300}{7} > \alpha$
إذن أكبر قيمة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب هي $\alpha = 42$
(لأن $\frac{300}{7} \simeq 42,86$)

- حل التمرين الثاني: (6)

① - نبين أن H مرجح النقطتين A و B:

(1) لدينا $2\vec{AH}=3\vec{AC}$ معناه $\vec{AH}=\frac{3}{2}\vec{AC}$

معناه $2\vec{AH}-3\vec{AC}=\vec{0}$

معناه $2\vec{AH}-3\vec{AH}-3\vec{HC}=\vec{0}$

معناه $-\vec{AH}-3\vec{HC}=\vec{0}$

معناه $\vec{HA}-3\vec{HC}=\vec{0}$

ومنه $1-3=-2\neq0$ إذن H مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 1 و -3 على الترتيب

② أ- حساب إحداثيات النقطة G:

(1) $x_G=\frac{1\times1+(-1)(-8)+(-3)(3)}{1-1-3}=\frac{9-9}{-3}=\frac{0}{-3}=0$

$y_G=\frac{1\times2+(-1)(-1)+(-3)(4)}{1-1-3}=\frac{-9}{-3}=3$

ومنه إحداثيتي G هي $G(0,3)$

ب- تبيين أن النقط H، B و G في استقامية:

(0,5) لدينا G مرجح الجملة $\{(A,1);(B;-1);(C,-3)\}$

و H مرجح الجملة $\{(A;1);(1;-3)\}$

حسب خاصية التجميع فإن G مرجح الجملة $\{(H,1-3),(B,1)\}$

إذن النقط H، B و G على استقامية.

③ أ- التعبير عن الشعاع بدلالة الشعاع $\vec{MG}$:

(1) لدينا G مرجح الجملة $\{(A,1),(B,-1),(C,-3)\}$ فإنه من أجل كل نقطة M من المستوي لدينا

$\vec{MA}-\vec{MB}-3\vec{MC}=(1-1-3)\vec{MG}$
$=-3\vec{MG}$

ب- تعيين قيم k حتى تكون (Γ_1) دائرة نصف قطرها 1:

لدينا $\|\vec{MA}-\vec{MB}-3\vec{MC}\|=3(k+1)^2$

معناه $\|-3\vec{MG}\|=3(k+1)^2$

معناه $3MG=3(k+1)^2$

$MG=(k+1)^2$

(1) ومنه (Γ_1) دائرة مركزها النقطة G ونصف قطرها $(k+1)^2$

إذن $(k+1)^2=1$

أي $k+1=1$ أو $-k-1=1$

أي $k=0$ أو $k=-2$

إذن قيم k هي 0 و -2 . $k=\{0,-2\}$

④- تعيين (Γ_2) مجموعة النقط M:

(1) لدينا $2\|\vec{MA}-\vec{MB}-3\vec{MC}\|=3\|\vec{MA}-3\vec{MC}\|$

ولدينا H مرجح الجملة $\{(A;1);(C;-3)\}$

ومنه من أجل كل النقطة M لدينا

$\vec{MA}-3\vec{MC}=(1-3)\vec{MH}=-2\vec{MH}$

إذن $2\|-3\vec{MG}\|=3\|-2\vec{MH}\|$

$2\times3\times MG=3\times$

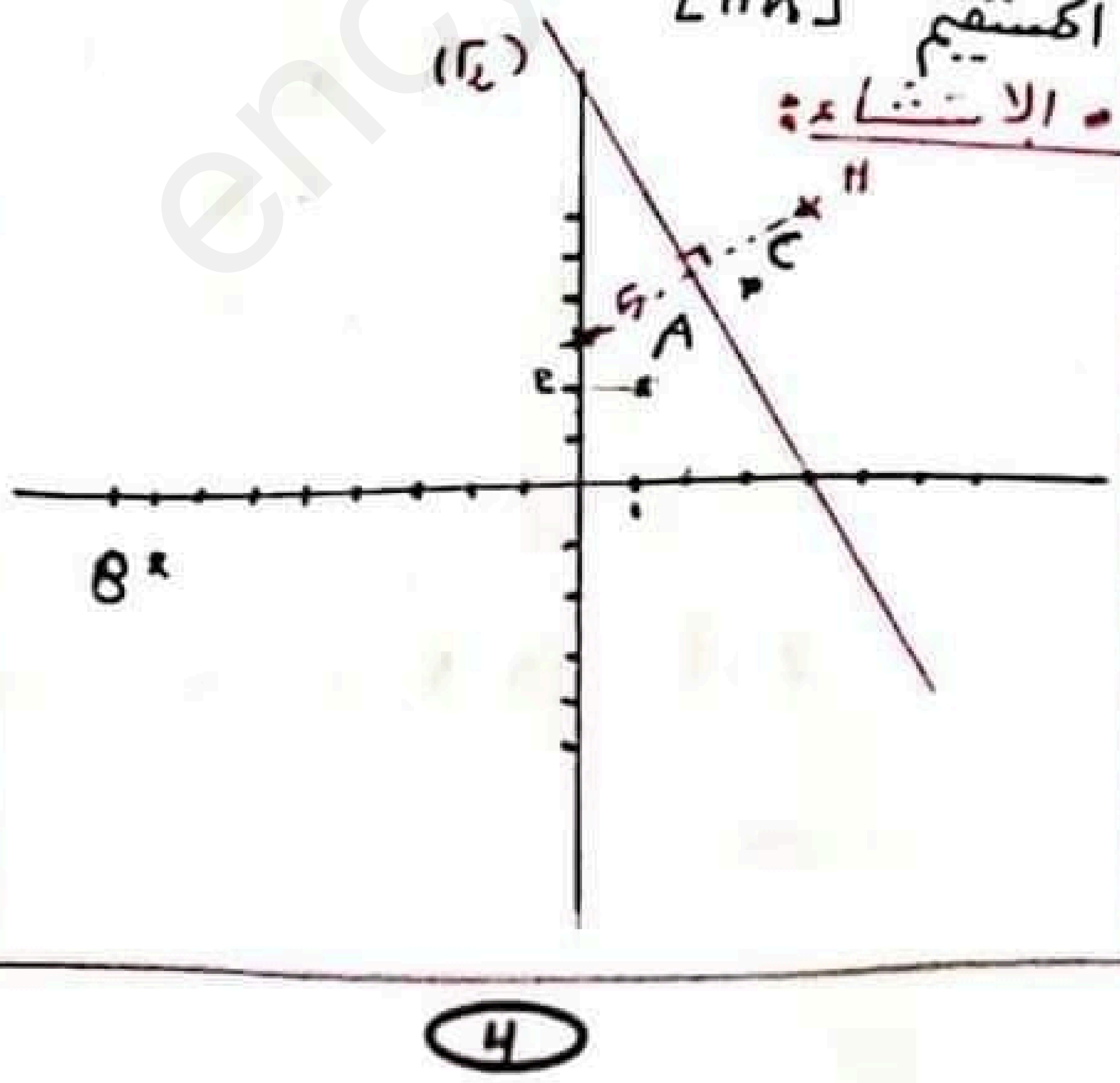
$6MG=6MH$

$MG=MH$

ومنه المجموعة (Γ_2) هي محور قطعة المستقيم $[HG]$

- الإنشاء:

(0,5)



- حل التمرين الثالث : (08)

$$f(x)=\frac{x^2+3x+6}{x+2}$$

① - تعيين الأعداد الحقيقية c ، b ، a حيث : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+2}$

(0,5) لدينا من أجل $x\neq-2$

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x+2}$$
$$=\frac{(ax+b)(x+2)+c}{x+2}$$
$$=\frac{ax^2+(b+2a)x+2b+c}{x+2}$$

بالمطابقة نجد $\begin{cases}a=1\\ b+2a=3\\ 2b+c=6\end{cases}$ أي $\begin{cases}a=1\\ b=1\\ c=4\end{cases}$

اذا $f(x)=x+1+\frac{4}{x+2}$

② - حساب نهايات الدالة f :

(2)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to+\infty} x=+\infty$$
$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to-\infty} x=-\infty$$

لدينا

x	$-\infty$ -2 $+\infty$
$x+2$	$-$ 0 $+$

$$\lim_{x\overset{<}{\to}-2} f(x)=-\infty$$

لأن لما $x\to-2$ فإن $x^2+3x+6\to4$ و $x+2\overset{<}{\to}0$

$$\lim_{x\overset{>}{\to}-2} f(x)=+\infty$$

لأن لما $x\to-2$ فإن $x^2+3x+6\to4$ و $x+2\overset{>}{\to}0$

③ - نبين أنه من أجل $x\neq-2$: $f'(x)=\frac{x(x+4)}{x+2}$

(0,5) الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}-\{-2\}$

حيث $f'(x)=\frac{(2x+3)(x+2)-(x^2+3x+6)}{(x+2)^2}$

$$=\frac{2x^2+4x+3x+6-x^2-3x-6}{(x+2)^2}$$
$$=\frac{x^2+4x}{(x+1)^2}=\frac{x(x+4)}{(x+1)^2}$$

④ - استنتاج اتجاه تغير الدالة f :

(0,5) لدينا $f'(x)=0$ معناه $x(x+4)=0$
معناه $x=0$ أو $x=-4$

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty,-4]$ والمجال $[0,+\infty[$

(0,5) ومتناقصة تماما على مجال $[-4,-2[$ والمجال $]-2,0]$

- جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-5	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

⑤ أ- نبين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين :

(0,5) وجدنا سابقا $\lim_{x\overset{<}{\to}-2} f(x)=-\infty$
و $\lim_{x\overset{>}{\to}-2} f(x)=+\infty$

ومنه (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=-2$

ولدينا $\lim\limits_{|x|\to+\infty}(f(x)-y)=\lim\limits_{|x|\to+\infty}(f(x)-(x+1))$

$$=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{4}{x+2}=0$$

(0,5) ومنه المستقيم (Δ) ذو معادلة $y=x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و بجوار $-\infty$.

ب- دراسة وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ):

- ندرس إشارة الفرق: $f(x)-y$

$$f(x)-y=x+1+\frac{4}{x+2}-(x+1)=\frac{4}{x+2}$$

ومنه إشارة الفرق هي إشارة $x+2$

(1)

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$
$f(x)-y$	$-$	‖	$+$
وضع البيان	(C_f) تحت (Δ)	‖	(C_f) فوق (Δ)

⑥- التحقق أن $A(-2,-1)$ هي نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين:

لدينا معادلة المستقيم المقارب العمودي هي $x=-2$

(0,5) ومعادلة المستقيم المائل $y=x+1$

نجد $x=-2$ و $y=-2+1=-1$

إذن نقطة تقاطع المستقيمين هي $A(-2,-1)$

ونبين أن $A(-2,-1)$ مركز تناظر لـ (C_f):

لدينا من أجل $-2-x\neq-2$ و $-2+x\neq-2$

(0,5) $f(-2+x)+f(-2-x)=$

$$=-2+x+1+\frac{4}{-2+x+2}-2-x+1+\frac{4}{-2-x+2}$$

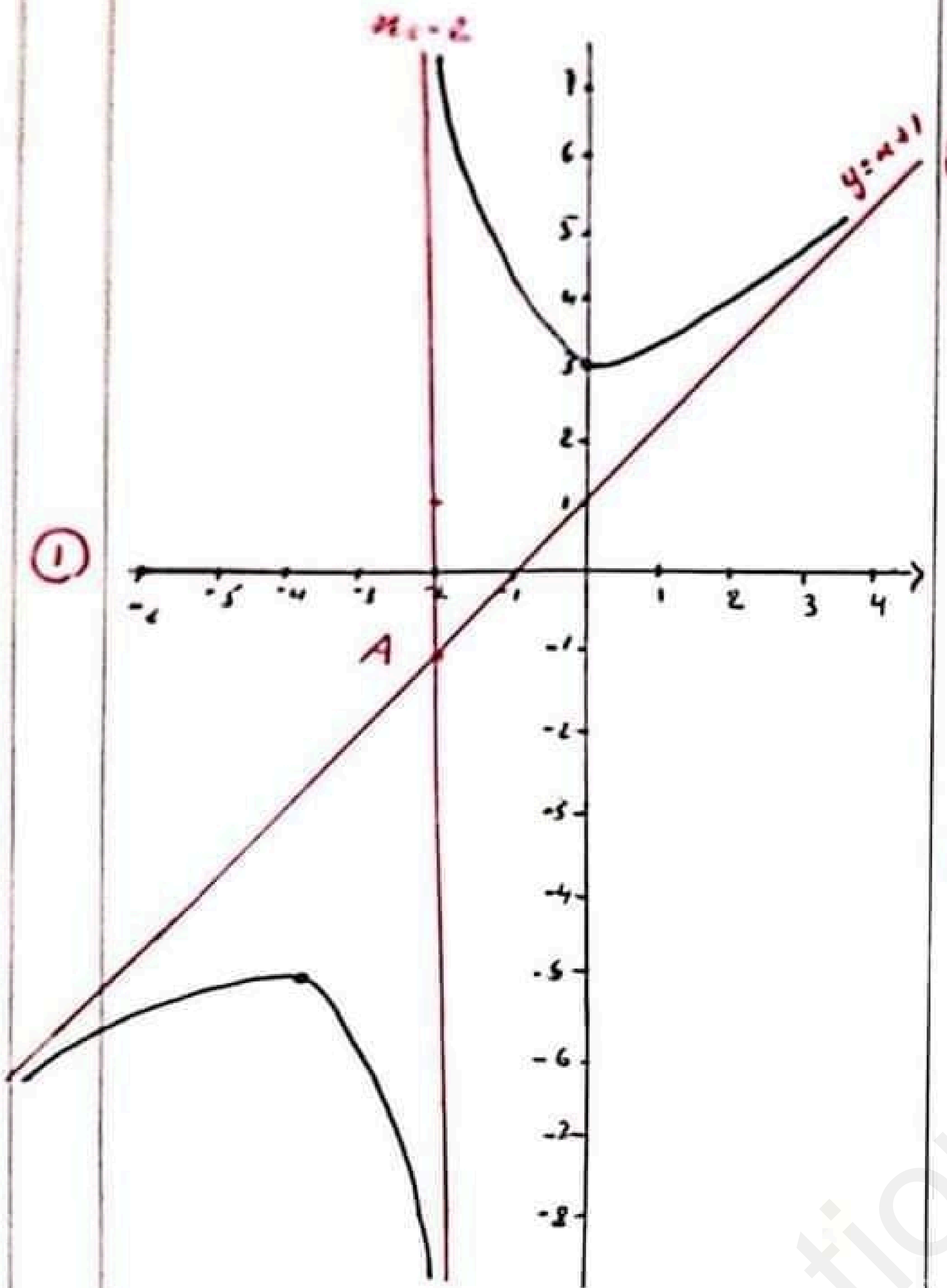
$$=-2+\frac{4}{x}-\frac{4}{x}$$

$$=-4+2=-2=2(-1)$$

ومنه النقطة $A(-2,-1)$ مركز تناظر لـ (C_f)

④- رسم المستقيمات المقاربة والمنحنى (C_f):

(1)



انتهى بالتوفيق