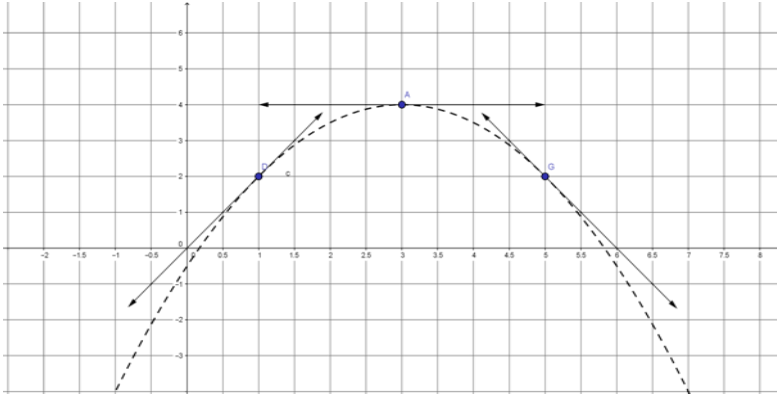


الفرض الأول للثلاثي الثاني في مادة الرياضيات (الأستاذ: مراحي لزهر)

التمرين الأول: (10 نقاط)

لتكن f دالة معرفة على \mathbb{R} وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المزود بمعامل متعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$ كما هو مبين في الشكل المرفق:



(1) أكمل الجدول التالي:

x	1	3	5
$f(x)$	2	4	2
$f'(x)$	2	0	-2

(2) استنتج معادلة المماس (T) ل (C_f) عند النقطة التي

فاصلتها 5

(3) أدرس إشارة $f'(x)$ ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f

(4) استنتج مجموعة حلول المتراجحة: $f'(x) \leq 0$

(5) حل بيانيا المعادلة: $f'(x) = 2$ ، يطلب تبرير الإجابة.

التمرين الثاني: (10 نقاط)

نعبر المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ و المعرفة على المجموعة \mathbb{N} بعلاقة تراجعية كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n} \end{cases}$$

(1) أحسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 . هل $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية ؟ لماذا ؟

(2) نقبل أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان $u_n \neq 0$

لتكن $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية عددية معرفة على المجموعة \mathbb{N} كما يلي: $v_n = \frac{1}{u_n}$

أ - أثبت أن $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية يطلب تحديد أساسها r و حدها الأول v_0

ب - أكتب عبارة الحد العام للمتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$

ت - استنتج عبارة الحد العام للمتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$

ث - أحسب المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ بدلالة n

باتنة في: 2017/01/26

العلامة		عناصر الإجابة																																
مجموع	مجزأة																																	
10		<p>التمرين الأول: (10 نقاط)</p> <p>(1) إتمام الجدول:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>-2</td> </tr> </table> <p>(2) استنتاج معادلة المماس $(T) \perp (C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 5</p> <p style="text-align: right;">(T): $y = f'(5) \times (x-5) + f(5)$</p> <p style="text-align: right;">(T): $y = -2x + 12$</p> <p>(3) دراسة إشارة $f'(x)$ ثم استنتاج جدول تغيرات الدالة f</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>4</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table> <p>(4) استنتاج مجموعة حلول المتراجحة: $f'(x) \leq 0$ مجموعة الحلول هي المجال: $[3; +\infty[$</p> <p>(5) حل بيانيا المعادلة: $f'(x) = 2$ مع تبرير الإجابة: مجموعة الحلول هي: $\{1\}$ لأنه يوجد مماس وحيد معامل توجيهه 2 و هو المماس عند النقطة التي فاصلتها 1 ، إذ لا يوجد مماس آخر يوازيه.</p> <p>التمرين الثاني: (10 نقاط)</p> <p>(1) حساب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 .</p> <p>هل $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية ؟ لماذا ؟</p> <p style="text-align: center;">$u_3 = \frac{u_2}{1+u_2} = \frac{1/3}{1+1/3} = \frac{1}{4}$ ، $u_2 = \frac{u_1}{1+u_1} = \frac{1/2}{1+1/2} = \frac{1}{3}$ ، $u_1 = \frac{u_0}{1+u_0} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$</p> <p>(2) أ - إثبات أن $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية يطلب تحديد أساسها r و حدها الأول v_0</p>	x	1	3	5	$f(x)$	2	4	2	$f'(x)$	2	0	-2	x	$-\infty$	3	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	$-\infty$	4	$-\infty$	x	$-\infty$	3	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-
	x	1	3	5																														
	$f(x)$	2	4	2																														
	$f'(x)$	2	0	-2																														
	x	$-\infty$	3	$+\infty$																														
	$f'(x)$	+	0	-																														
	$f(x)$	$-\infty$	4	$-\infty$																														
	x	$-\infty$	3	$+\infty$																														
	$f'(x)$	+	0	-																														
	01	01																																
01	01																																	
01	01																																	
01	01																																	
02	01																																	
01	01																																	
01	01																																	
01	01																																	
01	01																																	

01

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1}{\frac{u_n}{1+u_n}} = \frac{1+u_n}{u_n}$$

01

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1+u_n}{u_n} - \frac{1}{u_n} = \frac{1+u_n-1}{u_n} = \frac{u_n}{u_n} = 1$$

01

ومنه $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية أساسها $r=1$ و حدها الأول $v_0 = \frac{1}{u_0} = \frac{1}{1} = 1$

ب - كتابة عبارة الحد العام للمتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$

01

$$v_n = v_p + (n-p)r$$

$$v_n = v_0 + (n-0)r$$

$$v_n = 1 + n \times 1$$

01

$$v_n = n + 1$$

ت - استنتاج عبارة الحد العام للمتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$

01

$$u_n = \frac{1}{v_n} = \frac{1}{n+1} \quad \text{ومنه} \quad v_n = \frac{1}{u_n}$$

ث - حساب المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ بدلالة n

01

$$S_n = \frac{n-p+1}{2}(v_p + v_n) = \frac{n-0+1}{2}(v_0 + v_n)$$

01

$$S_n = \frac{n+1}{2}(1+n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$