مديرية التربية لولاية باتنة — السنة الدراسية: 2017/2016

ثانوية محمد العيد آل خليفة — المستوى: السنة الثانية علوم تجريبية

الفرض الثاني للثلاثي الثاني في مادة الرياضيات (الأستاذ: مراحي لزهر)

التمرين الأول:

لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{x-1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$

1) عين العددين الحقيقيين a و b حتى يقبل (C_f) مماسا موازيا لحامل محور الفواصل (xx') في النقطة $A(3;2)$

2) نفرض أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فان : $f(x)=\dfrac{x^2-4x+7}{x-1}$

أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فان: $f(x)=x-3+\dfrac{4}{x-1}$

ب) بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (d) موازيا لمحور التراتيب يطلب كتابة معادلة له.

ت) بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) في جوار $-\infty$ و في جوار $+\infty$ يطلب كتابة معادلة له.

ث) تحقق أن النقطة ω حيث $\{\omega\}=(d)\cap(\Delta)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

ج) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها و استنتج اتجاه تغير الدالة f و جدول تغيراتها.

ح) أكتب معادلة لـ (T_1) مماس (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 4 ثم بين أنه يوجد مماس أخر (T_2) يوازيه و أكتب معادلة له أيضا.

خ) عين $(C_f)\cap(xx')$ و $(C_f)\cap(yy')$ ثم أرسم المنحنى (C_f)

3) ناقش بيانيا و حسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x)=m$

التمرين الثاني

ليكن n عددا طبيعيا. أحسب ***سبع*** (07) نهايات من بين النهايات التالية:

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2n^2+1}{n^2}\right)\quad،\quad \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2n^2-1}{n^2+n}\right)\quad،\quad \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1+\sin n}{n}\right)\quad،\quad \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{n^2+(-1)^n}\right)\quad،\quad \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2^n-1}{3^n}\right)$$

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{(-1)^n}{n^2+2n+3}\right)\quad،\quad \lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n}\right)\quad،\quad \lim_{n\to+\infty}\left(3^n-\frac{2}{n}\right)\quad،\quad \lim_{n\to+\infty}\left(2^{-n}+3\right)\quad،\quad \lim_{n\to+\infty}\left((-2)^n+3\right)$$

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{3^n}{(-4)^n}\right)\quad،\quad \lim_{n\to+\infty}\left(6^n-3^{2n}\right)\quad،\quad \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{5^n-1}{5^n-2}\right)\quad،\quad \lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2+3n}-n\right)\quad،\quad \lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2+3}-n\right)$$

بالتوفيق للجميع

2as.ency-education.com

الإجابة النموذجية لموضوع **الفرض الثاني للثلاثي الثاني** السنة الدراسية: **2017/2016**

مادة: **الرياضيات** الشعبة: **علوم تجريبية** المدة:**ساعة واحدة**

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (13 نقطة)		
1) تعيين العددين الحقيقيين a و b حتى يقبل (C_f) مماسا موازيا لحامل محور الفواصل (xx') في النقطة $A(3;2)$:	01	
لدينا: $\begin{cases} f(3)=2 \\ f'(3)=0 \end{cases}$ و منه: $\begin{cases} \dfrac{(3)^2+3a+b}{3-1}=2 \\ \dfrac{(3)^2-2(3)-a-b}{(3-1)^2}=0 \end{cases}$ و منه: $\begin{cases} 3a+b=-5 \\ a+b=3 \end{cases}$		
بالجمع و التعويض نجد: $(a,b)=(-4;7)$		
2) نفرض أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فان : $f(x)=\dfrac{x^2-4x+7}{x-1}$		
أ) التحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فان: $f(x)=x-3+\dfrac{4}{x-1}$	01	
من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{1\}$ لدينا: $x-3+\dfrac{4}{x-1}=\dfrac{(x-3)(x-1)+4}{x-1}=\dfrac{x^2-4x+7}{x-1}=f(x)$		
ب) بيان أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (d) موازيا لمحور التراتيب يطلب كتابة معادلة له:		
لدينا: $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)=\dfrac{4}{0^-}=-\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)=\dfrac{4}{0^+}=+\infty$ و منه (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا	0.5	13
لمحور التراتيب معادلته: $(d): x=1$	0.5	
ت) بيان أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) في جوار $-\infty$ و في جوار $+\infty$:		
لدينا: $f(x)=x-3+\dfrac{4}{x-1}$ و منه: $f(x)-(x-3)=\dfrac{4}{x-1}$ ،		
إذن: $\lim\limits_{\lvert x\rvert\to+\infty}\left[f(x)-(x-3)\right]=\lim\limits_{\lvert x\rvert\to+\infty}\left[\dfrac{4}{x-1}\right]=0$	0.5	
و منه (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته: $(\Delta): y=x-3$ في جوار $-\infty$ و في جوار $+\infty$	0.5	
ث) التحقق أن النقطة $\omega=(d)\cap(\Delta)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)		
لدينا $\omega(1;1-3)$ و منه: $\omega(1;-2)$ يكفي إذن إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان:	0.5	
$f[2(1)-x]=2(-2)-f(x)$ أي: $f(2-x)=-4-f(x)$	0.5	

2as.ency-education.com

ج) حساب $f'(x)$ ثم دراسة إشارتها و استنتاج اتجاه تغير الدالة f و جدول تغيراتها: 01

لدينا: $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}=\dfrac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$ ومنه:

x	$-\infty$	-1		1		3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$

و بالتالي جدول التغيرات يكون كما يلي: 01

x	$-\infty$	-1		1		3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-6	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$ $+\infty$

ح) كتابة معادلة للمماس (T_1) 01

$$y=f'(4)\times(x-4)+f(4)=\frac{5}{9}\times(x-4)+\frac{7}{3}=\frac{5}{9}x+\frac{1}{9}$$

$f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}=\dfrac{5}{9}$ معناه: $9(x^2-2x-3)=5(x-1)^2$ ومنه: $x^2-2x-8=0$ أي: 01

$x=4$ أو $x=-2$ ، اذن المماس عند 4 هو (T_1) و المماس عند -2 هو

$(T_2): y=f'(-2)\times(x+2)+f(-2)$ أي : $(T_2): y=\dfrac{5}{9}(x+2)+\left(-\dfrac{19}{3}\right)=\dfrac{5}{9}x-\dfrac{47}{9}$ 01

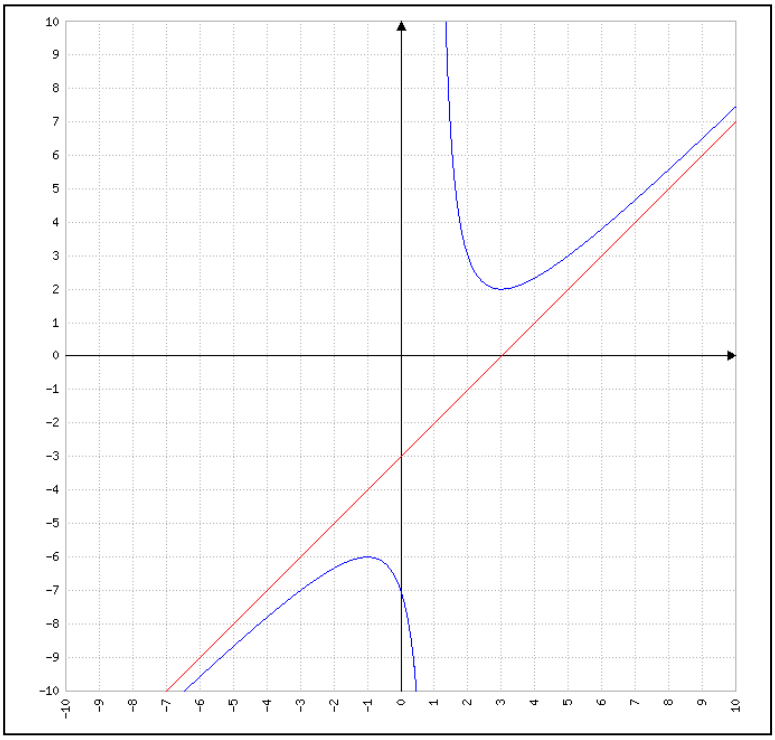
خ) تعيين $(C_f)\cap(xx')$ و $(C_f)\cap(yy')$ ثم رسم المنحنى (C_f)

لدينا: $f(0)=-7$ و منه: $(C_f)\cap(yy')=\{B(0;-7)\}$

من جهة أخرى: المعادلة $f(x)=0$ تكافئ المعادلة: $\dfrac{x^2-4x+7}{x-1}=0$ أي: $x^2-4x+7=0$ 01

هذه الأخيرة لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}-\{1\}$ لأن $\Delta<0$ و بالتالي: $(C_f)\cap(xx')=\varnothing$

رسم المنحنى:



01

2as.ency-education.com

3) المناقشة البيانية حسب قيم العدد الحقيقي m لعدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x)=m$ إذا كان $m\in]-\infty;-7[$ فان المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة. إذا كان $m=-7$ فان المعادلة تقبل حلا معدوما و حلا سالبا تماما. إذا كان $m\in]-7;-6[$ فان المعادلة تقبل حلين سالبين تماما. إذا كان $m=-6$ فان المعادلة تقبل حلا مضاعفا سالبا تماما. إذا كان $m\in]-6;2[$ فان المعادلة لا تقبل حلولا. إذا كان $m\in]-\infty;-7[$ فان المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة. إذا كان $m=2$ فان المعادلة تقبل حلا مضاعفا موجبا تماما. إذا كان $m\in]2;+\infty[$ فان المعادلة تقبل حلين موجبين تماما.	01	
<u>التمرين الثاني: (07 نقطة)</u> ليكن n عددا طبيعيا. حساب ***<u>سبع</u>*** (07) نهايات من بين النهايات التالية: $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2n^2+1}{n^2}\right)=2$ $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2n^2-1}{n^2+n}\right)=2$ $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1+\sin n}{n}\right)=0$ $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{n^2+(-1)^n}\right)=0$ $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2^n-1}{3^n}\right)=0$ $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{(-1)^n}{n^2+2n+3}\right)=0$ $\lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n}\right)=0$ $\lim_{n\to+\infty}\left(3^n-\frac{2}{n}\right)=+\infty$ $\lim_{n\to+\infty}\left(2^{-n}+3\right)=0$ $\lim_{n\to+\infty}\left((-2)^n+3\right)=!!$ $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{3^n}{(-4)^n}\right)=0$ $\lim_{n\to+\infty}\left(6^n-3^{2n}\right)=-\infty$ $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{5^n-1}{5^n-2}\right)=1$ $\lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2+3}-n\right)=0$ $\lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2+3n}-n\right)=\frac{3}{2}$ انتهى نص الإجابة	01×07	07

2as.ency-education.com