اختبار في مادّة: الرّيَاضيات — ساعتان

التمرين الأول: (5 ن)

1/ أحسب كلا من a ، b ، c و d حيث: $a = \frac{3}{2} + \frac{1}{4}$ ، $b = \frac{3}{2} - \frac{1}{4}$ ، $c = \frac{3}{2} \times \frac{1}{4}$ ، $d = \frac{3}{2} \div \frac{1}{4}$.

2/ حل في R المعادلة والمتراجحة التاليتين: $2x^2 + 3x - 9 = 0 \ \dots \ (1)$ ، $2x^2 + 3x - 9 \geq 0 \ \dots \ (2)$.

التمرين الثاني: (5 ن)

(C) التمثيل البياني للدالة f المعرفة على R بـ: $f(x) = x^2 + 4x + 1$ في المستوي المنسوب إلى معلم .

1/ أحسب باستخدام التعريف العدد $f'(1)$ مشتق الدالة f عند 1 .

2/ أثبت أن المستقيم $(\Delta): x = -2$ محور تناظر لـ (C).

3/ نعتبر الدالة $g : x \longmapsto f(x-2)$.

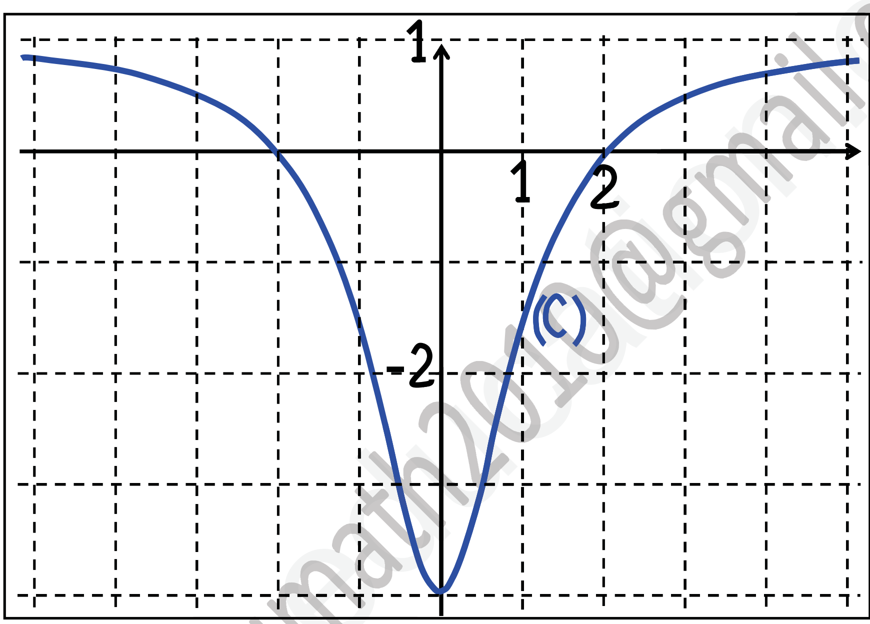
أ) أكتب عبارة g بدون الرمز f.

ب) أثبت أن g زوجية.

4/ أرسم (C_g) ثم استنتج رسم (C).

التمرين الثالث: (5 ن)

f دالة معرفة وتقبل الاشتقاق على R، ممثلة بيانيا بالمنحنى (C) في الشكل المعطى.



1/ جد صورتي 0 و 1 بواسطة هذه الدالة .

2/ ما هي سوابق 2 –؟

3/ لخِّصْ في جدول إشارة $f(x)$ على R.

4/ أنشئ جدول تغيرات f (أذكر فيه أيضا إشارة المشتقة f')

5/ إحدى العبارتين فيما يلي هي $f(x)$، حدِّدْها:

$\frac{x^2-4}{x^2+1}$ ، $x^2 - 4$.

6/ أرسم التمثيل البياني للدالة $g : x \longmapsto |f(x)|$.

التمرين الرابع: (5 ن)

كيس به ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ 1، 2، 3، وكريتان بيضاوان مرقمتان بـ 1، 2؛ نسحب منه بصفة عشوائية دفعة واحدة كريتين.

1/ أكتب المجموعة الكلية Ω لهذه التجربة، حيث تكون الإمكانيات متساوية الحظوظ.

2/ أحسب إحتمال أن يظهر في السحب:

أ- اللونان معا.

ب- رقم واحد على الأقل زوجي.

ج- الرقمان معا فرديين.

3/ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق كل إمكانية بمجموع الرقمين المسحوبين.

أ- عَرِّفْ قانون الاحتمال للمتغير X في جدول.

ب- إستنتج p(X=3).

ج- أحسب أمل X.

التمرين الأول: (5 ن)

1/ حساب a، b، c، d:

$a=\frac{3}{2}+\frac{1}{4}=\frac{6}{4}+\frac{1}{4}=\frac{6+1}{4}$ أي $\boxed{a=\frac{7}{4}}$،

و $b=\frac{3}{2}-\frac{1}{4}=\frac{6}{4}-\frac{1}{4}=\frac{6-1}{4}$ أي $\boxed{b=\frac{5}{4}}$،

و $c=\frac{3}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{3\times1}{2\times4}$ أي $\boxed{c=\frac{3}{8}}$،

و $d=\frac{3}{2}\div\frac{1}{4}=\frac{3}{2}\times\frac{4}{1}=\frac{3\times4}{2\times1}=\frac{12}{2}$ أي $\boxed{d=6}$

2/ حل $2x^2+3x-9=0\ ...\ (1)$:

$\Delta=b^2-4ac=3^2-4(2)(-9)=81$ لـ(1) حلان في R هما x_1 و x_2 حيث: $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-3-9}{4}$ و $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-3+9}{4}$

ومنه حلاها هما $\boxed{-3 \text{ و } \frac{3}{2}}$.

حل $2x^2+3x-9\geq 0\ ...\ (2)$:

x	$-\infty$	-3	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$2x^2+3x-9$	$+$	0 $-$	0	$+$

مجموعة حلول (2) في R هي $\boxed{]-\infty,-3]\cup[\frac{3}{2},+\infty[}$

التمرين الثاني: (5 ن) f معرفة على R بـ: $f(x)=x^2+4x+1$

1/ حساب $f'(1)$: نجد $\boxed{f'(1)=6}$ لأن:

$$f'(1)=\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to0}\frac{[(1+h)^2+4(1+h)+1]-6}{h}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{1+h^2+2h+4+4h+1-6}{h}=\lim_{h\to0}\frac{h^2+6h}{h}=\lim_{h\to0}(h+6)$$

2/ المستقيم $x=-2$:(Δ) محور تناظر لـ (C): f معرفة على R،

نضع $x_0=-2$، ونجد:

$f(2x_0-x)=f(-4-x)=(-4-x)^2+4(-4-x)+1$

$=16+8x+x^2-16-4x+1=f(x)$

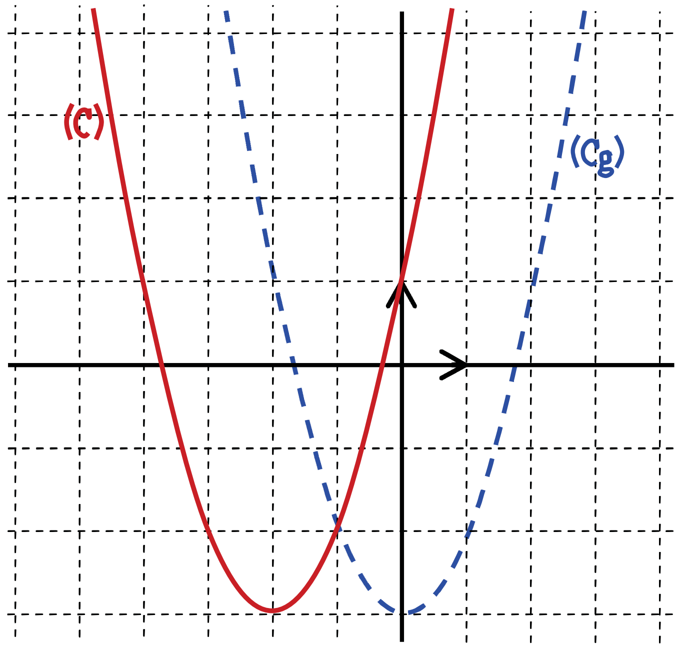
نعم المستقيم $x=-2$:(Δ) محور تناظر لـ (C)

3/ $g: x\mapsto f(x-2)$. أ) عبارة g بدون الرمز f:

$g(x)=f(x-2)=(x-2)^2+4(x-2)+1=x^2-4x+4+4x-8+1$ أي: $\boxed{g(x)=x^2-3}$

ب) أثبت أن g زوجية. g معرفة على R، ونجد: $g(-x)=(-x)^2-3=x^2-3$ أي: $\boxed{g(x)=g(-x)}$ ومنه g زوجية.

4/ رسم (C_g) ثم (C): لرسم (C_g) نسحب تمثيل الدالة مربع بـ $-3\vec{j}$، ولرسم (C) نسحب (C_g) بـ $-2\vec{i}$.



التمرين الثالث: (5 ن)

1/ صورتا 0 و1: $\boxed{f(0)=-4}$، $\boxed{f(1)=-1{,}5}$

2/ سوابق 2–: سابقتان: $\boxed{0{,}8 \text{ و } -0{,}8}$

3/ إشارة $f(x)$:

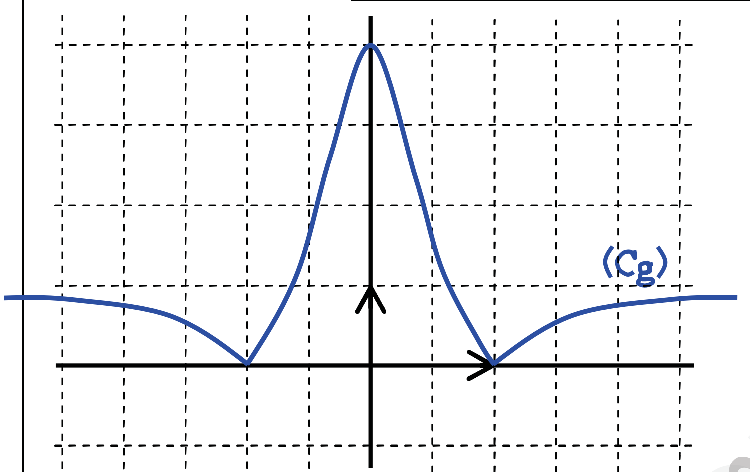
x	$-\infty$	2	2	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0 $-$	0	$+$

4/ جدول تغيرات f:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'	$-$	0	$+$
f	↘	-4	↗

5/ عبارة f: $\boxed{f(x)=\frac{x^2-4}{x^2+1}}$ يتضح ذلك من أجل $x=1$ مثلا

6/ رسم تمثيل الدالة $g: x\mapsto |f(x)|$:



التمرين الرابع: (5 ن) 3 كريات خضراء مرقمة 1، 2، 3، و2 بيضاوان مرقمة 1، 2؛ نسحب دفعة واحدة كريتين.

1/ المجموعة Ω: نرمز للأخضر بـ V وللأبيض بـ B ، الكريات: $V_1V_2V_3B_1B_2$ و:

$\boxed{\Omega=\{V_1V_2,V_1V_3,V_1B_1,V_1B_2,V_2V_3,V_2B_1,V_2B_2,V_3B_1,V_3B_2,B_1B_2\}}$

2/ أ- احتمال ظهور اللونين معا:

$p(\{V_1B_1,V_1B_3,V_2B_1,V_2B_2,V_3B_1,V_3B_2\})=\frac{6}{10}$ أي $\boxed{(VB)=\frac{3}{5}}$

ب- احتمال ظهور رقم على الأقل زوجي:

$p(\{V_1V_2,V_2V_3,V_2B_1,V_2B_2,V_3B_2,B_1B_2\})=\frac{6}{10}$

أي $\boxed{p(\text{أحد الرقمين على الأقل زوجي})=\frac{3}{5}}$.

ج- احتمال ظهور الرقمين فرديين معا:

$p(\{V_1V_3,V_1B_1,V_1B_3,V_3B_1\})=\frac{4}{10}$ أي $\boxed{p(\text{الرقمان فرديان})=\frac{2}{5}}$

((طريقة أخرى:

$p(\text{الرقمان فرديان})=1-p(\text{أحد الرقمين على الأقل زوجي})=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$))

3/ X يرفق كل إمكانية بمجموع الرقمين المسحوبين.

أ- تعريف قانون احتمال X:

x_i	2	3	4	5
p_i	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$

ب- إستنتاج $p(X=3)$: $p(X=3)=\frac{4}{10}$ أي: $\boxed{p(X=3)=\frac{2}{5}}$

ج- حساب أمل X: $\boxed{E(X)=3{,}6}$ لأن:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{4}p_ix_i=2\frac{1}{10}+3\frac{4}{10}+4\frac{3}{10}+5\frac{2}{10}=\frac{36}{10}$$

انتهى عن الأستاذ دهـ نورالدين ـيمي