الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

ثانوية وريدة مداد – الحراش– **المستوى : 3ت إ**

2014/2015 **الاختبار الثالث في مادة: الرياضيات** **المدة: 03 ساعات و نصف**

الموضوع الأول

التمرين الاول: (5 نقط)

يحتوي كيس على 4 كرات حمراء و 2 سوداء لا نفرق بينها في اللمس

1) نسحب عشوائيا و بدون ارجاع كرتين من الكيس . نرمز بـ

A_0 للحادثة : لم نتحصل على اي كرة سوداء

A_1 للحادثة :تحصلنا على كرة سوداء واحدة

A_2 للحادثة : تحصلنا على كرتين سوداوتين

احسب احتمالات هذه الحوادث A_0 ، A_1 ، A_2 .

2) بعد هذا السحب تبقى في الكيس 4 كرات. نقوم من جديد بسحب عشوائي و بدون ارجاع للكرتين. نرمز بـ :

B_0 للحادثة : لم نتحصل على اي كرة سوداء قي السحب الثاني

B_1 للحادثة : تحصلنا على كرة سوداء واحدة في السحب الثاني

B_2 للحادثة : تحصلنا على كرتين سوداويين في السحب الثاني

أ) احسب $P_{A_0}(B_0)$، $P_{A_1}(B_0)$، $P_{A_2}(B_0)$

التمرين الثاني: (4 نقط)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ $U_0 = 4$ و $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 1$

1) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_n > -2$

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) . برر لماذا المتتالية (U_n) متقاربة.

3) نعرف متتالية (V_n)على $\mathbb{N}$كمايلي: $V_n = U_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي

أ) عين α حتى تكون المتتالية (V_n)هندسية. يطلب تعيين اساسها و حدها الاول

ب) عبر عن كل من V_n و U_n بدلالة n

ج) عين نهاية المتتالية(U_n) .

التمرين الثالث : (4 نقط)

لكن الدالة g المعرفة على المجال $]1;\ +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{1}{x(x^2-1)}$

1) أ / عين الاعداد الحقيقية a b c بحيث من اجل كل $x > 1$ يكون :

$$g(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-1}$$

ب / اوجد دالة اصلية G للدالة g على المجال $]1;\ +\infty[$

2) نعرف دالة f على $]1;\ +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2x}{(x^2-1)^2}$

اوجد دالة اصلية F للدالة f على $]1;\ +\infty[$

التمرين الرابع: (7 نقط)

الجزء الاول:

gدالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^x + x + 1$

1) احسب النهايات عند اطراف مجال التعريف
2) ادرس تغيراتg و انجز جدول تغيراتها
3) بين ان المعادلة$g(x) = 0$تقبل حلا وحيدا α بحيث $-2 < \alpha < -1$
4) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني:

fدالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{xe^x}{e^x+1}$

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون $f(x) = \frac{e^x\ g(x)}{(e^x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f
2) بين ان $f(\alpha) = \alpha + 1$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$
3) اكتب معادلة المماس (T)للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 0 ثم ادرس وضعية (C_f)بالنسبة الى (T)
4) احسب نهاية الدالة fعند$+\infty$ و عند $-\infty$ثم شكل جدول تغيراتها (يعطى $\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0$) .
5) برهن ان المستقيم (D)الذي معادلته $y = x$مقارب مائل لـ (C_f)بجوار $+\infty$
   - ادرس وضعية(C_f) بالنسبة الى(D)
6) ارسم $(C_f), (T), (D)$في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

نضع $\alpha = -1.5$ و $f(\alpha) = -0.5$

الموضوع 2

التمرين 1 6ن

1) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $g(x) = x^3 - 3x - 3$

أ. أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

ب. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ لها حل وحيد α حيث : $2 < \alpha < 3$.

ج. عين إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

2) f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1,1\}$ بالعبارة $f(x) = \frac{2x^3+3}{x^2-1} + 1$

أ. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\mathbb{R} - \{-1,1\}$ $f'(x) = \frac{2x \times g(x)}{(x^2-1)^2}$

حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

ب. إستنتج اتجاه تغير f على $\mathbb{R} - \{-1,1\}$ ثم شكل جدول التغيرات .

ج. بين أن المستقيم ذا المعادلة $y = 2x + 1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) ثم ادرس الوضع النسبي لهذا المستقيم بالنسبة إلى (C_f) .

د. أوجد فواصل النقط من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم المقارب المائل .

ه. ارسم (C_f) و المستقيمات المقاربة ($\alpha = 2.2$ $f(\alpha) = 7.6$) .

التمرين 2 : 4 ن

أعطت نتائج دراسة حول منتوج مستهلك السلسلة الإحصائية (x_i, y_i) التالية

السنة	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
الرتبة i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_iبالألاف	25.4	26.8	31.1	28.0	33.2	32.0	32.2	37.2	39.3	47.7

1) مثل سحابة النقط للسلسلة (x_i, y_i) في معلم متعامد و متجانس ($1cm$ يمثل "سنة " على محور الفواصل و 1cm يمثل " ألف " على محور التراتيب) .

2) أ) هل التعديل التألفي مبرر ؟

ب) عين النقطة المتوسطة G .

3) أكتب المعادلة المختصرة لمسقيم الانحدار (Δ) .

4) بتداءا من أي سنة يمكن الحصول على ضعف منتوج السنة 2005 .

التمرين 3 : 4ن

ليكن $P(x)$ كثير الحدود للمجهول الحقيقي x حيث :

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2x + 3$$

1) عين قيم الأعداد الحقيقية a ، b ، c حيث :

$$P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$$

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$ ثم المتراجحة $P(x) > 0$

3) استنتج حلول المعادلة : $2(\ln x)^3 - 3(\ln x)^2 - 2(\ln x) + 3 = 0$

$$2e^{3x} - 3e^{2x} - 2e^x + 3 > 0$$

التمرين 4 : 6ن

اختر الجواب الصحيح بين الأجوبة المقترحة لكل سؤال :

1) العدد $e^{3\ln 2 - \ln\frac{1}{4}}$ يساوي :

أ) $\frac{3\ln 2}{\ln\frac{1}{4}}$ ، ب) 32 ، ج) $e^{3\ln\left(2-\frac{1}{4}\right)}$

2) من أجل $x > 0$ ، $\left(e^{4\ln x}\right)'$ يساوي

أ) $4x^3$ ، ب) $e^{4\ln x}$ ، ج) $\frac{4}{x}$

3) مجموعة تعريف D للدالة f حيث $f(x) = -\frac{x}{2} + \ln(\frac{x-1}{x})$:

أ) $D =]1, +\infty[$ ، ب) $D = \mathbb{R}^*$ ، ج) $D =]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$

ب) $\lim\limits_{\substack{> \\ x \to 0}} (3 - x^2 - 2\ln x)$ تساوي :أ) $+\infty$ ب) $-\infty$ ج) 3

4) حل المعادلة $\ln(x + 1)^2 = 4$ في $\mathbb{R}$ هو :

أ) $x_1 = e^2 + 1 \quad , x_2 = e^2 - 1$ ب) $x_1 = e^2 - 1$ ، $x_2 = -1 - e^2$

5) مشتقة الدالة f المعرفة من أجل كل عدد حقيقي x بـ $f(x) = \ln(x^2 + 1) - x$ معرفة بـ :

أ) $f'(x) = \frac{1}{x^2+1} - 1$ ب) $f'(x) = \frac{-x^2+2x-1}{x^2+1}$ ج) $(f'(x) = 1 - \frac{x}{(x+1)^2}$

6) $\int_0^1 \left[1 - \frac{2e^x}{1+e^x}\right] dx$ يساوي :

أ) $2e + 1$ ، ب) $1 + \ln(1 + e)$ ، ج) $1 - 2\ln(1 + e) + 2ln2$

انتهى و بالتوفيـــــــق