**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

وزارة التربية الوطنية | **المقاطعة الشرقية لولاية عين الدفلى**

امتحان **بكالوريا التجريبي** التعليم الثانوي | دورة : **ماي 2017**

الشعب : **تسيير و اقتصاد**

اختبار في مادة : **الرياضيات** | المدة: ثلاث ساعات

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:**

## الموضوع الأول

### التمرين الأول : ( 04 نقـاط)

الجدول التالي يمثل نسبة تطور الناجحين بتقدير في البكالوريا ، شعبة تسيير و اقتصاد بين السنوات 2002 و 2009

| السنة | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الرتبة $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| النسبة $y_i$ % | 25.5 | 28.6 | 30 | 33.1 | 36.8 | 41 | 41.1 | 44.1 |

1. احسب نسبة تطور الناجحين بتقدير بين سنتي 2002 و 2009 ثم مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.
2. اكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار $(\Delta)$.($y$ بدلالة $x$)( المعاملان مدوران الى $10^{-2}$).ثم أنشئه في نفس المعلم.
   - قدر نسبة الناجحين بتقدير في سنة 2015( باعتبار ان نسبة تطور الناجحين بتقدير تبقى بنفس الوتيرة في السنوات القادمة )
3. بوضع $Z_i=\ln(y_i)$ أنقل الجدول التالي على ورقة الاجابة ثم اتممه :

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Z_i=\ln(y_i)$ | | | | | | | | |

أ . عين المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار.($z$ بدلالة $x$)(تدور النتائج الى $10^{-2}$). ثم عبر عن $y$ بدلالة $x$

ب. نعلم أنه في الواقع كانت نسبة الناجحين بتقدير سنة 2015 كانت 78% ، أي التعديلين أدق ، علل.

### التمرين الثاني : ( 04 نقاط )

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بحدها الأول $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}$.

1) احسب $u_1$ $u_3$ , $u_2$ , وضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $0\le u_n\le 1$.

ب) برهن أن المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما،هل المتتالية $(u_n)$متقاربة؟.

3) لتكن المتتالية $(v_n)$ المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n=u_n+1$.

- بين أن المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
- عبر عن $v_n$ ثم $u_n$ بدلالة $n$ ثم أحسب نهاية كل منهما و ماذا تستنتج؟

4أحسب بدلالة $n$ كل من : $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ و $S'_n=u_0+u_1+...+u_n$ .

**التمرين الثالث :** ( 04 نقاط ) كل سؤال له اجابة واحدة صحيحة فقط من بين الاقتراحات الثلاثة عينها مع التعليل :

1- اذا كانت $A$ و $B$ حادثتان مستقلتان من نفس مجموعة امكانيات بحيث : $P(A)=0,7$ ، $P(B)=0,2$ فان :

أ) $P(A\cup B)=0,9$ ، ب) $P(A\cup B)=0,76$ ، ج) $P(A\cap B)=0,5$

2- اذا كانت $A$ و $B$ حادثتان مستقلتان من نفس مجموعة امكانيات بحيث : $P(A)=0,6$ ، $P(A\cup B)=0,8$ فان :

أ) $P(A\cap B)=0,48$ ، ب) $P(B)=0,2$ ، ج) $P_A(B)=0,5$

3 – اذا كانت تجربة عشوائية مخارجها 2، 3، $a$ ( $a$ عدد حقيقي ) بحيث $P(2)=\frac{1}{2}$ ، $P(3)=\frac{1}{3}$ ، $P(a)=\frac{1}{6}$ فان :

الامل الرياضياتي لهذه التجربة ينعدم من اجل: أ) $a=-12$ ، ب) $a=6$ ، ج) $a=-5$

4- $f$ دالة مستمرة على المجال $[1;4]$. اذا كانت القيمة المتوسطة للدالة $f$ على المجال هي $m=2$ ، فان $I=\int_1^4 f(x)\,dx$ يساوي :

أ) $I=6$ ، ب) $I=3$ ج) $I=5$

**التمرين الرابع :** ( 06 نقاط)

$I$ ) ليكن جدول تغيرات الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2-1+\ln x$

| x | 0 | 1 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | + | |
| $g(x)$ | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |

باستعمال جدول التغيرات حدد اشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ .

$II$ ) نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

أ – عين $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ، فسر النتيجة هندسيا ثم عين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

ب- بين ان المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل لـ$(C_f)$ بجوار $+\infty$ ثم ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى $(\Delta)$

ج – بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0,+\infty[$ : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

د – انشئ المستقيم $(\Delta)$ ثم المنحنى $(C_f)$ .

و – احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى $(C_f)$ ومحور الفواصل والمستقيمات $x=1$ ، $x=e$ $y=x-1$

## الموضوع الثاني :

**التمرين الأول:** (04 نقاط)

تتكون باقة زهور من ثلاث زهرات حمراء $(R)$ و زهرتين صفراوين $(J)$ نختار عشوائيا على التوالي زهرتين من الباقة و بدون اجاع .

1- مثل هذه الوضعية بشجرة احتمالات.

2- احسب احتمال الحوادث التالي

أ) $A$ حادثة " الحصول على زهرتين حمراوين ".

ب) $B$ حادثة " الحصول على زهرتين مختلفتين في اللون".

3- ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مخرج عدد الزهرات الصفراء المختارة.

أ) ماهي قيم $X$ .

ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ و احسب أمله الرياضي و تباينه.

**التمرين الثاني:**(04نقاط)

$(u_n)$ متتالية هندسية حدودها موجبة تماما بحيث: $\begin{cases} lnu_1 + lnu_5 = -12 \\ lnu_2 - lnu_4 = 4 \end{cases}$

1) أ - بين أن $q$ أساس المتتالية $(u_n)$ يساوي $e^{-2}$ .

ب- احسب الحد الأول $u_0$ ثم اكتب $u_n$ بدلالة $n$ .

ج- احسب بدلالة $n$ المجموع : $s_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

2) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة من اجل كل عدد طبيعي $n$ كما يلي : $v_n = lnu_n$

أ-بين أن المتتالية $(v_n)$ حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب- عبر عن $v_n$ بدلالة $n$.

ج- احسب بدلالة $n$ الجداء : $p_n = u_0 \times u_1 \times ... \times u_n$

**التمرين الثالث:**(04 نقاط) : الجدول التالي يعطي وزن طفل بالكلغ بدلالة طوله بالسنتمتر .

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ الطول $cm$ | 145 | 150 | 155 | 160 | 165 | 170 |
| $y_i$ الوزن $kg$ | 50 | 53 | 57 | 62 | 65 | 67 |

1- مثل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$.

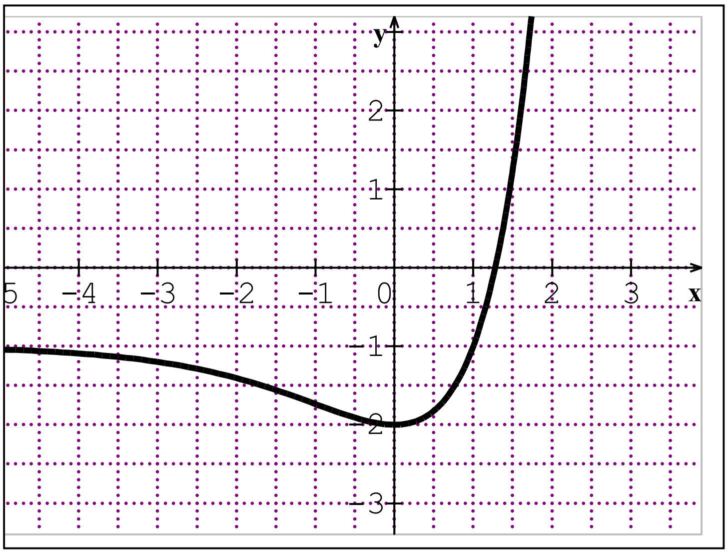
2- احسب احداثي النقطة المتوسطة $G$ لسحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ و مثلها في المعلم السابق ( $1cm$ لكل $10cm$ ) على محور الفواصل و يبدأ التدريج من 140 و لكل $1cm$ لكل $2kg$ على محور تراتيب و يبدأ تدريج من 50 .

3- أكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا $y$ بدلالة $x$ ثم مثله في معلم سابق .

4- نسمي مؤشر كتلة الجسم $BMI$ حاصل قسمة الوزن بالكلغ على مربع الطول بالمتر و نقول ان وزن الطفل مثالي اذا كان مؤشر كتلة الجسم ينتمي الى المجال $[19;24]$.

أ -باستعمال التعديل الخطي السابق عين وزن طفل طوله $185cm$.

ب - احسب مؤشر كتلة هذا الجسم هل وزن الطفل مثالي ؟




**التمرين الرابع** : (06 نقاط )

1. $g$ الدالة ذات المتغير الحقيقي $x$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=-1+(x-1)e^{x}$

وليكن $(C_g)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ (الرسم المقابل )

أ ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة $g$.

ب ) اثبت ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد $\alpha$ حيث $1,2<\alpha<1,3$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ .

2. $f$ الدالة المعرفة بـ$\mathbb{R}$ : $f(x)=\dfrac{2x}{e^{x}+1}$ و ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

ا . بين انه من جل كل عدد حقيقي $x$ ان $f(x)=\dfrac{2}{\dfrac{e^{x}}{x}+\dfrac{1}{x}}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و فسرها بيانيا

ب. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-2x\right]$ ، فسر بيانيا النتيجة .

ج . ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=2x$ .

د . بين انه من اجل من $x$ من $\mathbb{R}$ $f'(x)=\dfrac{-2g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ و شكل جدول تغيراتها .

و . انشئ $(\Delta)$ و $(C_f)$

3. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)-m=0$

# التصحيح النموذجي للموضوع الاول :

التمرين الاول :

| | |
|---|---|
| 0,5 | النسبة $a = 26,57$ |
| 0,25+0,5 | التمثيل |
| 0,25+0,75 | $y = 60.96$ $\quad y = 2,73x + 22,74$ |
| 0,5+0,75 | $z = 0,079x + 3,30$ $y = e^{0.079x+3.3}$ |
| 0,5 | بالتقدير نجد $y = 81.94$ و بالتالي التعديل الثاني ادق |

التمرين الثاني :

| | |
|---|---|
| 4x 0,25 | $u_1 = \frac{1}{3}$ ، $u_2 = \frac{5}{9}$ ، $u_1 = \frac{19}{27}$ المتتالية متزايدة |
| 0,5<br>0,5<br>0,5 | أ) الرهان بالتراجع ان $0 \leq u_n \leq 1$ : التاكد $u_0 = 0$ اذن $p(0)$ محققة<br>نفرض ان الخاصية $p(n)$ صحيحة و نبرهن صحة الخاصية $p(n+1)$<br>لدينا $0 \leq u_n \leq 1$ بالضرب في $\frac{2}{3}$ و بعد اضافة $\frac{1}{3}$ نجد ان $p(n+1)$ محققة<br>ب) $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(1-u_n) > 0$ اذن المتتالية متزايدة تماما<br>$(u_n)$ مزايدة و محدودة من الاعلى فهي متقاربة |
| 0,5<br>0,5 | $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{2}{3}$ اذن متتالية هندسية اساسها $q = \frac{2}{3}$ و حدها الاول $v_0 = 1$<br>$v_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ، $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n + 1$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} v_n = 0$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n = 1$ نستنتج انهما متقاربتين |
| 0,5 | $S_n = 3\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)$ ، $S'_n = 3\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right) + n + 1$ |

## التمرين الثالث :

| | |
|---|---|
| 01 | $P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,7 + 0,2 - (0,7 \times 0,2) = 0,76$ |
| 01 | من نفس العلاقة نجد ان $p(B) = \frac{p(A \cup B) - p(A)}{1 - p(B)} = 0,5$ |
| 01 | الامل الرياضياتي ينعدم من اجل $a = -12$ |
| 01 | $I = 6$ |

التمرين الرابع :

| | |
|---|---|
| اشارة $g(x)$ <br> <table><tr><td>$x$</td><td>$0$          $1$          $+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$-$          $+$</td></tr></table> | 01 |
| $x = 0$ $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = +\infty$ مستقيم مقارب ل $(C_f)$. | 0.25+0.25 |
| $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ | 0.25 |
| $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x-1)] = 0$ | 0.50 |
| $(C_f)$ يقع فوق $(\Delta)$ على $]0;1]$ و يقع تحت $[1;+\infty[$ | 0.50 |
| $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ | 0.1 |
| جدول التغيرات | 0,75 |
| التمثيل البياني | 01 |
| $A = \int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx = \frac{1}{2}$ | 0.5 |

التصحيح النموذجي الموضوع الثاني :

**التمرين الأول** :

| | |
|---|---|
| 01 | شجرة الاحتمالات |
| 01 | $p(A)=0,3$ ، $p(B)=0,3$ |
| 0,50 | قيم $x$ هي $0;1;2$ |
| 0,50 | قانون الاحتمال : $p(x=0)=0,3$ ، $p(x=1)=0,6$ ، $p(x=2)=0,1$ |
| 01 | الامل الرياضي $E=0,8$ ، $V=0,36$ |

**التمرين الثاني** :

| | |
|---|---|
| 01 | $q=e^{-2}$ |
| 0,50 | $U_0=1$ , $U_n=e^{-2n}$ |
| 0,50 | $S_n=\dfrac{1-e^{-2n-2}}{1-e^{-2}}$ |
| 01 | $(v_n)$ متتالية حسابية $r=-2$ / $v_0=1$ |
| 0,50 | $v_n=-2n+1$ |
| 0,50 | $p_n=e^{\frac{n+1}{2}(1-2n)}$ |

التمرين الثالث :

| | |
|---|---|
| 0,50 | التمثيل البياني |
| 0,50 | $G(157,5;59)$ |
| 01 | $y=0,72x-54,40$ |
| 0,50 | $y=79,2$ |
| 0,50 | $23,14$ نعم الوزن مثالي |

التمرين الرابع :

<table>
<tr><td>

جدول تغيرات $g$

$$\begin{array}{|c|ccccc|}
\hline
x & -\infty & & 0 & & +\infty \\
\hline
g'(x) & & & + & & \\
\hline
g(x) & & \searrow & 2 & \nearrow & +\infty \\
\hline
\end{array}$$

</td><td>01</td></tr>
<tr><td>

اثبت ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد $\alpha$ اشارة $g(x)$ : سالبة على $]-\infty;\alpha]$ و<br>
موجبة على $[0;+\infty[$

</td><td>0,50<br>0,50</td></tr>
<tr><td>

بين انه من جل كل عدد حقيقي $x$ ان $f(x)=\dfrac{2}{\dfrac{e^x}{x}+\dfrac{1}{x}}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، $y=0$<br>
مستقيم مقارب

</td><td>+0,25<br>+0,25<br>0,25</td></tr>
<tr><td>

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ / $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-2x\right]=0$ $y=2x$ مستقيم مقارب مائل

</td><td>x30,25</td></tr>
<tr><td>

$(C_f)$ يقع فوق $(\Delta)$ على $]-\infty;0]$ و يقع تحت $[0;+\infty[$

</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>

بين انه من اجل $x$ من $\mathbb{R}$ $f'(x)=\dfrac{-2g(x)}{(e^x+1)^2}$

</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>

اتجاه التغير : الدالة متزايدة على $]-\infty;\alpha]$ و متناقصة على $[\alpha;+\infty[$<br>
جدول التغيرات

</td><td>+0,25<br>0,25</td></tr>
<tr><td>

التمثيل البياني

</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>

المناقشة : على المجال $]-\infty;0[$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب و على المجال $[0;f(\alpha)[$<br>
المعادلة تقبل حلين موجبين و من اجل $m=f(\alpha)$ المعادلة تقبل حل وحيد و على المجال<br>
$]\alpha;+\infty[$ المعادلة لا تقبل حلا

</td><td>0,50</td></tr>
</table>