فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات

المستوى: 3 ت إ $_1$ — المدة: ساعة واحـــدة

التمرين الأول : (9 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطور عدد المشتركين بالمئات، في قناة تلفزيونية خلال الفترة الممتدة من 2000 إلى 2005 .

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
عدد المشتركين y_i (بالمئات)	5	8	12	15	20	24

1. مثل في معلم متعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$ سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ المرفقة لهذه السلسلة المزدوجة .
2. أحسب إحداثيتي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة و مثلها في المعلم السابق.
3. عين معادلة المستقيم (D) ، مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا لـ y بدلالة x ثم أرسمه.
(تعطى المعادلة على الشكل $y = ax + b$ حيث تعطى قيمة مقربة إلى 10^{-3} للعدد a و يدور العدد b إلى 10^{-1})
4. نفرض أن هذا النموذج للتطور يبقى صالحا إلى غاية 2015 .
   (ا) قدر عدد المشتركين في القناة التلفزيونية عام 2009 .
   (ب) في أية سنة يفوق عدد المشتركين في القناة 4000 مشترك لأول مرة ؟

التمرين الثاني : (11 نقطة)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بحدها الأول $U_0 = \alpha$ حيث α عدد حقيقي . و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + \frac{1}{3}$$

- عين قيم العدد الحقيقي α حتى تكون (U_n) ثابتة .
- نـــضع $\alpha = 0$:

1. أحسب الأربعة حدود الأولى.
2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n \leq 1$
3. برهن أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما ، ماذا تستنتج ؟
4. لتكن المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = U_n - 1$
   (ا) بين أن (V_n) هندسية معينا أساسها وحدها الأول .
   (ب) عبر بدلالة n عن الحد العام V_n ثم U_n .
   (ج) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} U_n$ ماذا تستنتج؟
   (د) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = U_1 + U_2 + ... + U_n$