الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — متقن شعلال مسعود– قالمة–

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي — دورة : ماي 2018

الشعبة : تسييرواقتصاد — المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول: (20 نقطة)

التمرين الأول : (04 نقط)

يمثل الجدول التالي عدد الزوار (بالآلاف)لأحد الحمامات المعدنية بين سنتي 2010 و 2017

السنة	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد الزوار y_i (بالآلاف)	4,5	4,9	5,5	5,2	5,7	6	6,8	7,4

1. مثل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد .
(على محور الفواصل $2cm$ تمثل سنة واحدة ، على محور التراتيب : $1cm$ ألف زائر)
2. عين إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علمها .
3. بين أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تكتب على الشكل:
$y = 0{,}38x + 4$
4. باستعمال التعديل الخطي السابق عين عدد زوار هذا الحمام في سنة 2020 ؟

التمرين الثاني : (05 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بـحدها الأول $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{4}{3}$

1. عين u_0 حتى تكون (u_n) ثابتة .
2. بفرض $u_0 = 7$
أ ـ أحسب الحدود: u_1 و u_2.
ب ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 4$
جـ ـ أثبت أن (u_n) متناقصة تماما .
د ـ استنتج أن (u_n) متقاربة . خمن نهاية u_n عند $+\infty$.
3. لنعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 4$
أ ـ بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
ب ـ أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$
4. أحسب بدلالة n ما يلي : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_{n-1}$ و $T_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times ... \times v_{n-1}$

التمرين الثالث : (04نقط)

يشارك لاعب في لعبة حظ، حيث احتمال الفشل فيها 0.6 ، قرر اللاعب المحاولة 3 ثلاثة مرات متتابعة (نعتبر أن المحاولات مستقلة عن بعضها البعض)، نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق كل ثلاثة محاولات بعدد مرات الفوز

1) شكل الشجرة الاحتمالية الموافقة لهذه الحالة (الفشل P ، و الربح G)

2) احسب احتمال كل من الحادثتين:

A دوما بفشل في المحاولات الثلاثة

B يفوز مرة واحدة فقط في المحاولات الثلاثة

3) عرف قانون الاحتمال للمتغير X

4) أوجد الأمل الرياضي μ و الانحراف المعياري Var لـ X .

التمرين الرابع: (07 نقط)

I. g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g

2. بين أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ ، ثم تحقق أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$ ، استنتج أن g موجبة على $\mathbb{R}$

II. f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x + 1 + (2x - 1)e^{2x}$، (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى م م وم الوحدة 2 cm

1. تحقق أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $f'(\ \ ) = g(x)$

2. أدرس تغيرات الدالة f .

3. أحسب $\lim_{x \to -\infty} [f(x) - (x + 1)]$ ماذا تستنتج ؟ أدرس وضعية (C_f) و (Δ) حيث (Δ) المستقيم ذي المعادلة $y = x + 1$

4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

5. بين أن لـ (C_f) نقطة انعطاف يطلب نعيين إحداثياتها

6. أرسم (T) و (Δ) و (C_f)

اجعل شعارك : أنا مصمم على بلوغ الهدف فإما أن أنجح ... و إما ... أن أنجح

الموضوع الثاني: (20 نقطة)

التمرين الأول : (08 نقط)

يمثل الجدول التالي كميات استهلاك منتوج معين في بلد ما،بين السنوات 1998 و2004 .

السنة	1998	2000	2001	2003	2004
رتبة السنة x_i	1	3	4	5	7
كمية الاستهلاك y_i (بالطن)	28.5	35	52	70.5	100.5

1. مثل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O'(0;20)$

(على محور الفواصل $2cm$ تمثل سنة واحدة ، على محور التراتيب : $1cm$لكل 10 طن)

2. عين إحداثيي النقطة المتوسطة Gلهذه السلسلة ثم علمها .
3. أوجد المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا $y=ax+b$ تعطى a و b مدورة إلى 10^{-2} ثم أرسم هدا المستقيم في نفس المعلم السابق .
4. باستعمال التعديل الخطي السابق قدر كمية الاستهلاك المتوقعة في سنة 2020 ؟
5. في الواقع بعد سنة2004 كانت كمية استهلاك المنتوج تزداد من سنة إلى أخرى بنسبة ثابتة

قدرها5% ، نرمز بـ U_n إلى كمية الاستهلاك في سنة $2004+n$ حيث n عدد طبيعي.

أ)-عين U_0 ثم أحسب U_1.

ب)-بين أن المتتالية (U_n) هندسية يطلب تعيين أساسها ثم عين أكتب عبارة حدها العام .

ج)-بالتدوير إلى 10^{-2}، أحسب كمية الاستهلاك المتوقعة في سنة2020 ثم قارن هده النتيجة مع نتيجة السؤال 4 .

التمرين الثاني (04 نقط)

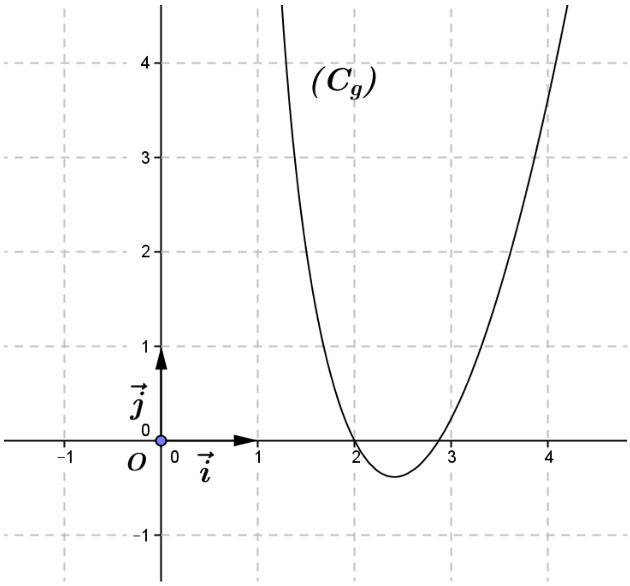
ثلاث أكياس متماثلة U_1 ، U_2، U_3 كل منها يحوي 6 كريات متماثلة ، الكيس U_1 يحوي كرتين بيضاوين و أربع كريات حمراء ، الكيس U_2 يحوي ثلاث كريات بيضاء وثلاث كريات حمراء والكيس U_3يحوي خمس كريات بيضاء وكرية حمراء .

نختار عشوائيا كيسا ثم نسحب منه كرية واحدة .

1) شكل شجرة الاحتمالات المتوازنة التي تنمذج هذه الوضعية .
2) ما احتمال سحب كرية بيضاء من الكيس U_3؟
3) ما احتمال سحب كرية بيضاء ؟
4) علما أن الكرية المسحوبة بيضاء ، ما احتمال أن تكون من الكيس U_3 ؟

التمرين الثالث :(08 نقط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بــ: $g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$



1) بقراءة بيانية عين عدد حلول المعادلة $g(x)=0$

2) أحسب $g(2)$.

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α حيث $2,87<\alpha<2,88$

4) استنتج حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ في المجال $]1;+\infty[$

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بــ :

و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ كما هو مبين في الشكل التالي :

$$f(x)=x-3+4\frac{\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها ،فسر النتيجة هندسيا . (لاحظ أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x-1)}{x-1}=0$)

2) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

III) 1) بيّن أنه من أجل كل عدد x من المجال $]1;+\infty[$ لدينا :

$$f'(x)=\frac{g(x)}{(x-1)^2}$$ حيث(f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

2) عيّن إتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f). (نأخذ $f(\alpha)=3,9$)

4) عيّن الدالة المشتقة للدالة $h(x)=[\ln(x-1)]^2$ ثم استنتج الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$

5) أحسب $\int_2^5 f(x)\,dx$ فسر النتيجة هندسيا .

تمنياتي لكم بالتوفيق اليوم و غدا ودائما ...

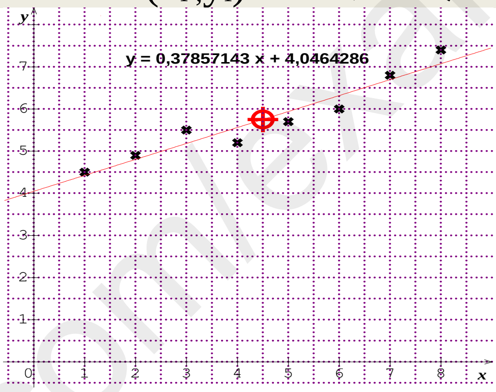
التصحيح النموذجي للبكالوريا
التجريبية*شعبة تسييرواقتصاد*رياضيات*

الموضوع الأول:

التمرين الاول

1 — 1

تمثيل سحابة النقط $M(x_i\,;y_i)$



2 — 1

تعيين احداثيي النقطة المتوسطة G

$G(4.5\,;5.7)$

3 — 1.5

إثبات أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الديا لهدة السلسلة تكتب على الشكل:

$Y = 0.38x + 4$

لدينا :

حيث :

$$\left(a=\frac{\mathrm{cov}(x\,;y)}{v(x)}=\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\overline{xy}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\overline{x}^2}\ ,b=\overline{y}-a\overline{x} \right)$$

$\mathrm{Cov}(x\,;y) = 1.81$; $V(x)=5.25$

ومنه $a = 0.38$ b

$= 4$

$(D) : y= 0.38\,x + 4$

4 — 1

تعيين زوار هدا الحمام في سنة 2020

الرتبة الموافقة لسنة 2020 هي : 11

ومنه :

$y=0.38*11+4 =8.2$

إدن عدد زوار هدا الحمام في سنة 2020هو 8.2

التمرين الثاني

1 — 0.25

$U_0=\alpha$ و $U_{n+1}=\frac{2}{3}U_n+\frac{4}{3}$

تعيين قيمة α بحيث تكون (U_n) ثابتة

(U_n) ثابتة يكافئ

$U_{n+1}= U_n=\ldots\ldots= U_0=\alpha$

$\alpha =\frac{2}{3}\alpha+\frac{4}{3}$ ومنه $\alpha=4$

2

$U_0 = 7$

أ) — 0.5

حساب الحدود U_1 و U_2 :

$U_1=2/3(7)+4/3$; $U_1=6$

$U_2=2/3(6)+4/3$; $U_2= 16/3$

ب) — 0.75

1) البرهان بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \succ 4$

نسمي p(n) الخاصية من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \succ 4$

نتحقق من صحة p(0) :

$P(0) : U_0 = 7$

إذن p(0)صحيحة .

2) نفرض : p(n): $u_n \succ 4$ صحيحة

ونبرهن على صحة الخاصية

$p(n+1)$: $u_{n+1} \geq 4$

من أجل كل عدد طبيعي n

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n :

$u_n \geq 4$

و منه $2/3\ u_n \geq 2/3(4)$

$2/3\ u_n + 4/3 \geq 2/3(4) + 4/3$

أي $u_{n+1} \succ 4$

إذن p(n+1) صحيحة.

ومنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \succ 4$

ج) — 0.5

إثبات أن المتتالية (U_n)متناقصة.

من أجل كل عدد طبيعي n:

$U_{n+1} - U_n = 2/3\,U_n+4/3 - U_n$

$= -1/3(U_n- 4)$

من السؤال السابق (ب) لدينا من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 4$

وبالتالي $u_n - 4 \geq 0$ و $-1/3\leq0$

فإن $U_n - U_{n+1} \leq 0$

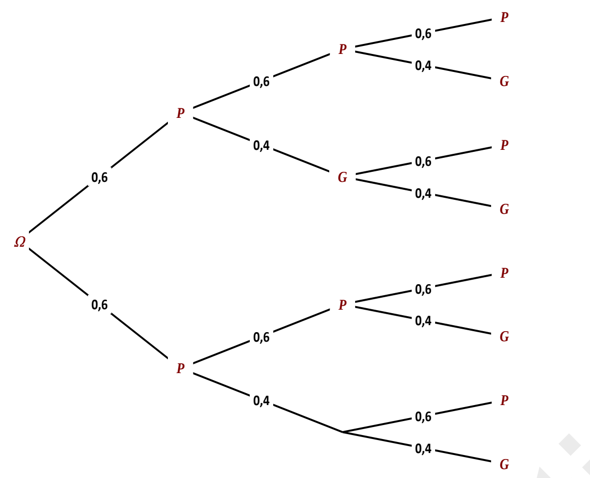
إدن المتتالية (U_n)متناقصة.

	د)	**إستنتاج أن المتتالية (U_n) متقاربة** بماأن المتتالية متناقصة و محدودة من الأسفل بالعدد4 فإنها متقاربة نحو العدد4 $\lim_{n} U_n = 4$	0.25 0.25
3		من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n - 4$	
	أ)	إثبات أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول. من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $V_{n+1}=U_{n+1}-4$ $=2/3U_n+4/3 - 4$ $=2/3\ U_n - 8/3$ $=2/3(U_n - 4)$ $V_{n+1}=2/3V_n$ إذن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=2/3$ وحدها الاول $V_0 = 3$	1
	ب)	كتابة V_n بدلالة n $V_n=V_0q^n$; $V_n= 3(2/3)^n$ إستنتاج U_n بدلالة n . $U_n =V_n +4$; $U_n = 2(2/3)^n+4$ $\lim_{n} U_n = 4$	0.25 0.25
		حساب المجموع S_n, T_n حيث: $S_n=U_0+U_1+\ldots\ldots+U_{n-1}$ $S_n=(V_0-4)+(V_1-4)+\ldots+(V_{n-1}-4)$ $=(V_0+V_1+\ldots+V_{n-1})-4n$ $=V_0(q^n-1)/(q-1)\ -\ 4n$ $S_n=9[1 -(2/3)^n] -4n$	0.25 0.5
		$T_n=V_0\times V_1\times\ldots\ldots\times V_{n-1}$ $=3(2/3)^0$ $3(2/3)^1\times..\times3(2/3)^{n-1}$ $=3^n(2/3)^{0+1+2+\ldots+n-1}$ $T_n= 3^n(2/3)^{n/2\ (n-1)}$	0.25

التمرين الرابع

.I .II	g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$		
1	دراسة تغيرات الدالة g أ) النهايات $\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty}(1+4xe^{2x}) = +\infty$ $\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty}(1+4xe^{2x})$ $= \lim_{x\to-\infty}(1+2(2xe^{2x}))=1$ لأن $\lim_{x\to-\infty} 2xe^{2x} = 0$	0.5

التمرين الثالث:

1	تشكيل شجرة الإحتمالات 	1
2	حساب الاحتمالات التالية: $P(A)= 1/8$; $P(B) =3/8$ قيم المتغير العشوائي هي $X \in \{0,1,2,3\}$	1 0.5
3	تعريف قانون الاحتمال للمتغير X	0.5
4	حساب الامل الرياضي و التباين للمتغير العشوائي: $\mu =0\ (1/8)+1\ (3/8)+2(3/8)+3(1/8)$ $\mu = 1.5$ $V(X)=0^2(1/8)+1^2(3/8)+2^2(3/8)+3^2(1/8)-(1.5)^2$ $V(X)= 0.75$	0.5 0.5

X_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	1/8	3/8	3/8	1/8

2 **0.5**

التمرين الرابع:

حساب الدالة المشتقة ودراسة إشارتها

- الدالة g قابلة للإشتقاق على ▯ و لدينا

$g'(x)=4e^{2x}+8xe^{2x}=4e^{2x}(1+2x)$

0.5 إشارة $g'(x)$ من نفس إشارة $1+2x$ لأن :

$4e^{2x}\succ 0$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$ $+\infty$ $-\frac{1}{2}$
$g(x)$	− o +
$g'(x)$	

0.5 $g\left(-\frac{1}{2}\right)=1-2e^{-1}=1-\frac{2}{e}\succ 0$

من جدول التغيرات نستنتج أن $g(x)\succ 0$

II **1** **0.5** $f(x)=x+1+(2x-1)e^{2x}$

$f'(x)=1+2e^{2x}+2e^{2x}(2x-1)$

$=1+2e^{2x}+4xe^{2x}-2e^{2x}$

$=1+4xe^{2x}=g(x)$

2 **النهايات :** **0.5**

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+1+(2x-1)e^{2x}\right)$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+1+2xe^{2x}-e^{2x}\right)=-\infty$

لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}2xe^{2x}=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}e^{2x}=0$ و

$\lim\limits_{x\to-\infty}x+1=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1+(2x-1)e^{2x}\right)=+\infty$

0.5 **الدالة المشتقة :** بما أن $f'(x)=g(x)$ فإن $f'(x)\succ 0$ ومنه الدالة متزايدة تماما على ▯

0.5 **جدول التغيرات :**

x	$-\infty$ $+\infty$
$f(x)$	+
$f'(x)$	

3 **0.25** نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=x+1$

0.75 دراسة الوضعية :

$f(x)-x-1=(2x-1)e^{2x}$

إشارة $(2x-1)e^{2x}$ من نفس إشارة $2x-1$

− $\frac{1}{2}$ + 0

$2x-1$

x	$-\infty$ $+\infty$		
$f(x)-x-1$			
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)	يقطع	(C_f) فوق (Δ)

4 **0.25** **معادلة المماس:**

كتابة معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

معادلة المماس هي :

$y=f'(0)(x-0)+f(0)$

ومنه $y=x$

5 **0.75** **تبيين أن لـ (C_f) نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها**

لدينا : $f'(x)=1+4xe^{2x}$ ومنه

$f''(x)=4e^{2x}+8xe^{2x}=4e^{2x}(1+2x)$

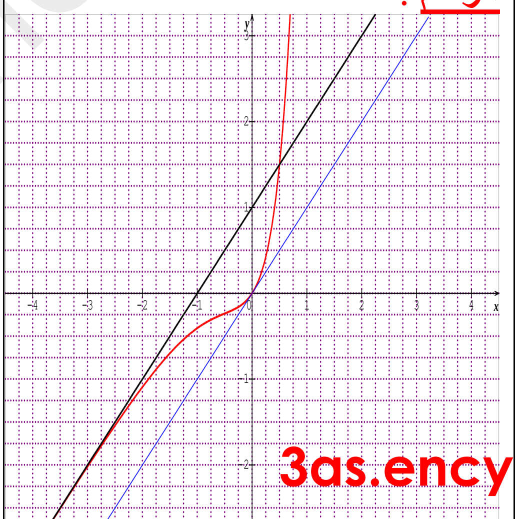
إشارة $4e^{2x}(1+2x)$ من نفس إشارة $1+2x$ لأن : $e^{2x}\succ 0$

- $-\frac{1}{2}$ + 0

الدالة المشتقة الثانية تنعدم عند $-\frac{1}{2}$ وغير إشارتها ومنه النقطة $A\left(-\frac{1}{2};f\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ هي نقطة إنعطاف لـ (C_f)

$f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}-2e^{-1}=\frac{1}{2}-\frac{2}{e}$

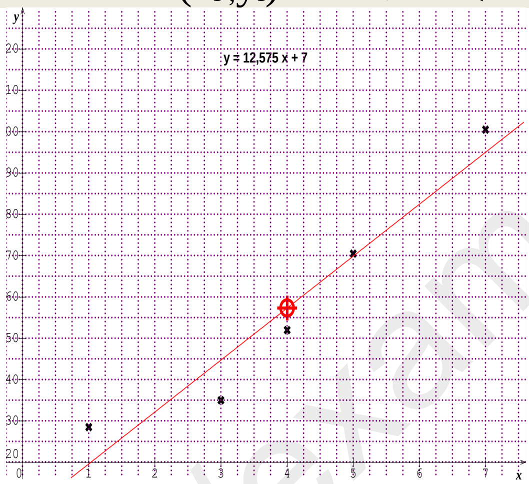
1 **الرسم :**



تصحيح الموضوع الثاني

التمرين الاول

1 تمثيل سحابة النقط $M(x_i\,;y_i)$ — **0.75**



2 تعيين احداثيي النقطة المتوسطة G — **0.5**

$G(4\,;57.3)$

3 المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالنربعات الدنيا لهده السلسلة تكتب على الشكل: — **1**

$Y = ax + b$

لدينا :

$$a=\frac{\operatorname{cov}(x\,;y)}{v(x)}=\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\overline{x}\overline{y}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\overline{x}^2}\ ,\ b=\overline{y}-a\overline{x}$$

$\operatorname{Cov}(x\,;y) = 50.3$; $V(x)=4$

ومنه $a = 12.58$ $b = 6.98$

$(D) : y= 12.58\,x +6.98$

4 رتبة سنة 2020 هي 23 بالتعويض في المعادلة السابقة نجد: $y=12.58(23)+6.98$ — **0.5**

$y = 296.32$

5 أ)- $U_0=100.5$ — **0.5**

$U_1=U_0+(5/100)U_0=1.05\,U_0$

$U_1 = 105.525$

ب) - من أجل كل عدد طبيعي n: — **1**

$U_{n+1}=U_n+(5/100)U_n=1.05\,U_n$

بما أن $U_{n+1}= 1.05\,U_n$

فإن المتتالية (U_n) هندسية أساسها 1.05

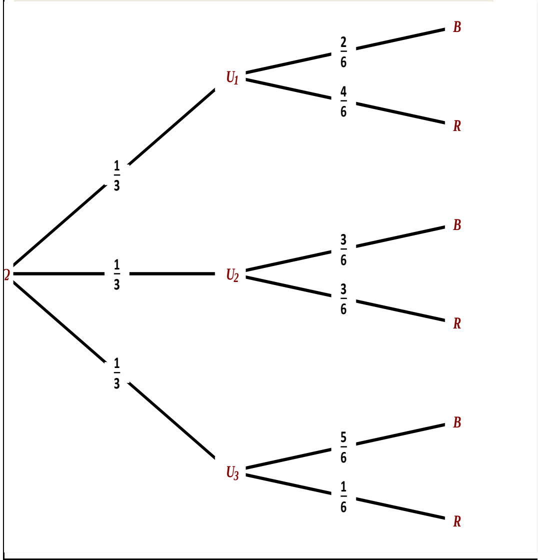
ج)- كمية الاستهلاك المتوقعة في سنة 2020 — **0.75**

هي U_{17} ومنه

$U_{17}=230.35$, $U_n=100.5\,(1.05)^n$

التمرين الثاني

1- تشكيل شجرة الإحتمالات — **1**



2 حساب إحتمال سحب كرية بيضاء من الكيس U3. — **1**

$P(U3 \cap B) = 1/3 \times 2/6$

$P(U3 \cap B) = 1/9 = 0.1$

3 إحتمال سحب كرية بيضاء — **1**

$P(B) = P(B\cap U1)+ P(B\cap U2)+ P(B\cap U3)$

$P(B)=1/3\times 2/6+1/3\times 3/6+1/3\times 5/6$

$P(B)= 0.1$

4 إحتمال سحب كرية من الكيس U3 علما أنها بيضاء. — **1**

$P_B(U3) = P(B\cap U3)/P(B)$

$P_B(U3) = 0.2$

التمرين الثالث:

1 (I لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بــ: — **1**

$g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$

تعين عدد حلول المعادلة $g(x)=0$:

بيانيا عدد حلول المعادلة هو اثنان (2)

الأن المنحنى (C_g) يقطع محور الفواصل في نقطتين متمايزتين .

2 حساب $g(2)$: بيانيا $g(2)=0$ — **1**

وحسابيا كذالك $g(2)=-4\ln 1=0$

3 تبين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α حيث : $2,87<\alpha<2,88$ — **1**

لدينا : $g(2,87)=-0,0069$ و $g(2,88)=0,0093$ ومنه حسب نظرية القيم المتوسطة يوجد α حيث :

$2,87<\alpha<2,88$ حيث $g(\alpha)=0$

4 استنتج حسب قيم x ، إشارة في المجال $]1;+\infty[$: بيانيا لدينا : — **1**

$g(x)>0$ في المجالين $]1;2[$ و $]\alpha;+\infty[$

$g(x)<0$ في المجال $]2;\alpha[$:

III (II لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x-3+4\frac{\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$$

1 1) حساب نهايات الدالة f أطراف مجال تعريفها

لأن $\boxed{\lim_{x\overset{>}{\to}1} f(x)=-\infty}$

$$\lim_{x\overset{>}{\to}1} f(x)=\lim_{x\overset{>}{\to}1}\left[x-3+4\frac{1}{x-1}\left(\ln(x-1)+5\right)\right]$$

مع $\lim_{x\overset{>}{\to}1}\left[\frac{1}{x-1}\right]=+\infty$

و $\lim_{x\overset{>}{\to}1}\left[\left(\ln(x-1)+5\right)\right]=-\infty$ — **0.5**

$\boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty}$ لأن: — **0.5**

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x-1)}{x-1}=0$$ — **0.5**

بمأن $\boxed{\lim_{x\overset{>}{\to}1} f(x)=-\infty}$ فإن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل معادلته $x=1$ — **1**

2 تبيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ — **1**

لدينا:

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[x-3+4\frac{\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}-x+3\right]$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left[4\frac{\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}\right]$$

$$=0$$

و منه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

3 دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ):

$$[f(x)-y]=\left[4\frac{\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}\right]=\frac{4\ln(x-1)+5}{x-1}$$

$[f(x)-y]=0$ تكافئ

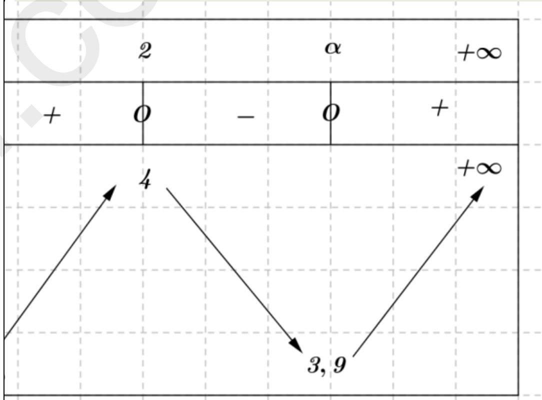
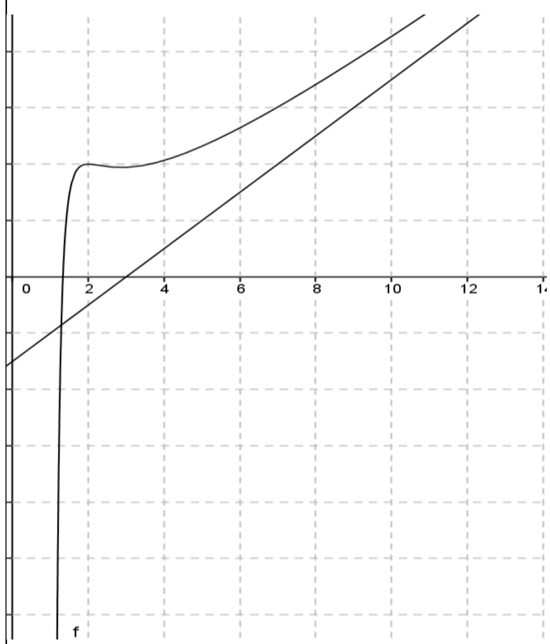
$4\ln(x-1)+5=0$ و منه $x=1+e^{-\frac{5}{4}}$ — **0.5**

ومنه فاصلة نقطة تقاطع (C_f) مع (Δ) هي $x=1+e^{-\frac{5}{4}}$

وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ):

$x>1+e^{-\frac{5}{4}}$ تكافئ المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ) — **0.5**

$x<1+e^{-\frac{5}{4}}$ تكافئ المنحنى (C_f) يقع تحت المستقيم (Δ) — **0.5**

4	حساب المشتقة: من أجل كل عدد x من المجال $]1;+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-4\ln(x-1)}{(x-1)^2}=\dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$	**1**
	تعيّن إتجاه تغيّر الدالة f : $g(x)>0$ في المجالين $]1;2[$ و $]\alpha;+\infty[$ و منه الدالة f متزايدة على المجالين $]1;2[$ و $]\alpha;+\infty[$ $g(x)<0$ في المجال $]2;\alpha[$ و منه الدالة f متناقصة على المجال $]2;\alpha[$	**0.5**
	تشكيل جدول تغيراتها :  	**1**
5	أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f). (نأخذ $f(\alpha)=3{,}9$)  	**2**

6	عيّن الدالة المشتقة للدالة $h(x)=[\ln(x-1)]^2$: $h'(x)=2\dfrac{\ln(x-1)}{(x-1)}$	**1**
	استنتاج الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$ $F(x)=\frac{1}{2}x^2-3x+2[\ln(x-1)]^2+5\ln(x-1)$	**1**
7	أحسب $\int_2^5 f(x)dx$ فسر النتيجة هندسيا: $\int_2^5 f(x)dx=8\ln^2 2+10\ln 2+\dfrac{3}{2}$	**0.5**
	هندسيا هي المساحة الحيز تحت المنحنى و المحدد بالمستقيمين ذوي المعادلتين $x=5$ و و $x=2$	**0.5**