

المدة : 03 سا و 30 د

اختبار في مادة : الرياضيات

**ملاحظة :** على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :  
**الموضوع الأول**

**التمرين الأول : (04 نقاط)**

يمثل الجدول التالي نسب النجاح في امتحان شهادة البكالوريا لشعبة التسيير والاقتصاد بثانوية في الفترة الممتدة من سنة 2010 إلى سنة 2014 .

السنة	رتبة السنة $x_i$	النسبة $y_i$	المئوية	$z_i = \ln y_i$
2014	5	4	3	2
2013	4	41.1	41	36.8
2012	3			
2011	2			
2010	1			

(1) - أ) مثل سحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعدد بأخذ 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 1cm لكل 10 بالمئة على محور التراتيب .

ب) أحسب إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$ . ثم مثل هذه السحابة .

(2) - بين أن معادلة (d) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لـ y بدلالة x هي :  $y = 2.63x + 31.33$ .

(3) - أ) أكمل السطر الأخير من الجدول أعلاه . (تدور النتائج إلى  $10^{-2}$ ).  
ب) أكمل السطر الأخير من الجدول أعلاه . (تدور النتائج إلى  $10^{-2}$ ).  
ج) أحسب ميل المستقيم  $y = 2.63x + 31.33$  .

(4) - من بين التعديلين السابقين , ما هو التعديل الذي يعطي أكبر نجاح سنة 2018؟

**التمرين الثاني (04 نقاط)**

(V<sub>n</sub>) متالية هندسية حدودها موجبة معرفة على N بحدها الأول  $V_0 = 5$  والعلقة  $V_0 + V_1 + V_2 = 35$  .  
(1) أ) أوجد q أساس المتالية (V<sub>n</sub>) .

ب) أكتب عبارة الحد العام V<sub>n</sub> بدلالة n .

ج) أدرس اتجاه تغير المتالية (V<sub>n</sub>) .

د) أحسب نهاية المتالية (V<sub>n</sub>) .

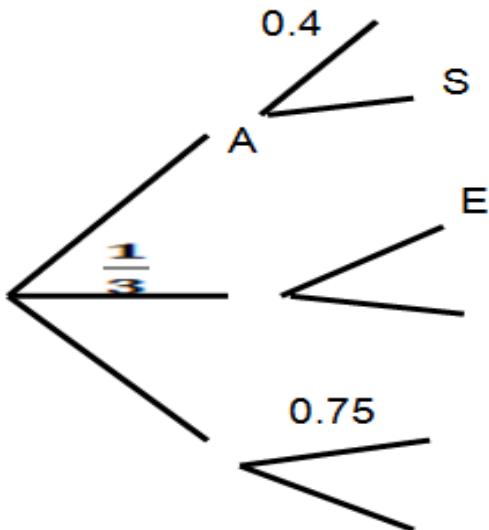
(4) نضع :  $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$  .

أ) أحسب S<sub>n</sub> بدلالة n ثم استنتج نهاية S<sub>n</sub> عندما n تؤول إلى  $+\infty$  .

ب) أحسب  $2^{18}$  ثم جد العدد الطبيعي n بحيث  $S_n = 1310715$  .

### التمرين الثالث(40 نقاط)

يعرض متجر تخفيضات هامة أثناء بيع جزء من مدخلاته لقطع الغيار التي تشمل ثلاثة أنواع A , B , C . تمثل السلعة A ربع المدخلات بينما تمثل B ثلثها وتمثل C الباقى . 40% من السلعة A و 75% من السلعة B و 24% من السلعة C كلها مخفضة الأثمان . أخذ زبون قطعة عشوائيا .



يرمز A إلى الحادثة " القطعة من السلعة A "

يرمز B إلى الحادثة " القطعة من السلعة B "

يرمز C إلى الحادثة " القطعة من السلعة C "

يرمز S إلى الحادثة " القطعة التي أخذها الزبون مخفضة الأثمان"

يرمز E إلى الحادثة "القطعة التي أخذها الزبون مرتفعة الأثمان "

1 / انقل الشجرة المقابلة على ورقة الإجابة ، ثم أكملها .

2 / ما هو احتمال أن تكون السلعة منخفضة السعر .

3/استنتج احتمال أن تكون القطعة من السلعة B علما أنها مخفضة الثمن

### التمرين الرابع(08 نقاط)

**الجزء 1 :** g دالة معرفة على المجال :  $[0; +\infty]$  بـ :  $g(x) = x^2 + 1 - \ln(x)$

(1) أحسب نهاية الدالة g عند  $+\infty$  و عند 0 .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

$$(3) \text{ استنتاج أن : } g(x) \geq \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \ln(2)$$

**الجزء 2 :** نعتبر الدالة f المعرفة على المجال  $[0; +\infty]$  بـ :  $f(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{\ln(x)}{x}$

و (C) تمثلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعمد ومتجانس  $(O; i^{\vec{}}; j^{\vec{}})$  حيث :

(1) أحسب نهاية الدالة f عند  $+\infty$  .

(ب) أحسب نهاية الدالة f عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا .

$$(2) \text{ بين أنه من أجل كل } x \text{ من المجال } [0; +\infty] \text{ بـ : } f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

(3) استنتاج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة  $y = x + \frac{1}{2}$  مقارب مائل ل (C) ، ثم أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) .

(5) أوجد معادلة المماس (T) لمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

(6) أثبت أن المعادلة :  $f(x) = 0$  تقبل حلًا وحيدًا في المجال  $\left[ \frac{1}{2}; 1 \right]$  .

(7) أرسم (Δ) و (T) و (C) .

(8) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما  $x = 1$  و  $x = e$  .

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول(4 نقاط):

الجدول الآتي يعطي نسبة الأمية في بلد ما ، خلال الفترة الممتدة من 1948 إلى 2008 .

السنة	الرتبة $i$	نسبة الأمية $y_i$
2008	7	22
1998	6	38.4
1988	5	31
1978	4	60
1968	3	74.6
1958	2	92
1948	1	14

- 1- أ) أحسب احدياني النقطة المتوسطة  $G$  (تدور النتائج إلى  $10^{-2}$  ).  
 ب) مثل سحابة النقط  $M_i(x_i, y_i)$  في معلم متعمد (على محور الفواصل كل  $1cm$  يمثل رتبة واحدة وعلى محور التراتيب  $1cm$  يمثل  $10\%$  )  
 2) بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي:  $y = -4.53x + 65.55$ .  
 3) باستعمال التعديل الخطى السابق قدر نسبة الأمية في سنة 2038 في هذا البلد.  
 4) ابتداء من أي سنة تكون نسبة الأمية في هذا البلد أقل من 5%.

### التمرين الثاني(4 نقاط):

( $u_n$ ) متتالية معرفة كما يلي:  $u_0 = 2$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = 2u_n - 1$ .

(1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n > 1$ .

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = u_n - 1$ .

- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدتها الأول.

- أكتب حدها العام  $v_n$  بدلالة  $n$ .

(3) أحسب  $S_n$  بدلالة  $n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $w_n = \ln(v_n)$ . بين أن  $(w_n)$  متتالية حسابية يطلب تعين الحد الأول والأساس وحدتها العام  $w_n$  بدلالة  $n$ .

### التمرين الثالث(4 نقاط):

يوجد جواب واحد فقط صحيح لكل سؤال من الأسئلة التالية ، عين الجواب الصحيح مع التبرير

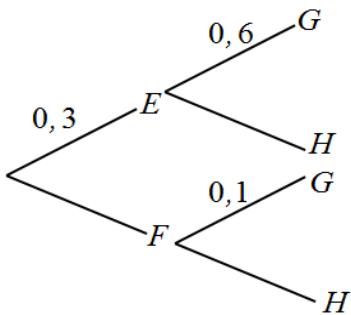
**السؤال رقم 01:** إذا كانت  $A$  و  $B$  حدثتين مستقلتين حيث  $P(B) = 0,3$  و  $P(A) = 0,6$  فلأن :

$$P_A(B) = 0,4 \quad , \quad P(A \cap B) = 0,18 \quad , \quad P(A \cup B) = 0,9$$

**السؤال رقم 02:** نعتبر الشجرة المتوازنة التالية :

الاحتمال الشرطي  $(F)$  يساوي :

. (ج) 0,84 ، (ب) 0,75 ، (أ) 0,63



**السؤال رقم 03:**

يتمثل الجدول التالي قانون الإحتمال للمتغير العشوائي  $X$

$x_i$	2	4	1
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

الانحراف المعياري للمتغير العشوائي  $X$  يساوي :

. (ج) 2 ، (ب)  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  ، (أ)  $\frac{3}{2}$

**التمرين الرابع(08 نقاط):**

$$f(x) = \frac{4 - 4e^x}{1 + e^x} \quad \text{دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ:}$$

و  $(C_f)$  تمثلها البياني في مستوى منسوب لمعلم متعمد ومتجانس  $(O; i; j)$ .

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $f(-x) + f(x) = 0$ . ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى  $(C_f)$ .
2. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
3. استنتاج المستقيمات المقاربة للمنحنى  $(C_f)$ .
4. عين معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الترتيبية 0.
5. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعبارة:  $g(x) = f(x) + 2x$ 
  - أ - ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ .
  - ب - شكل جدول تغيرات الدالة  $g$  ثم احسب  $(0)$   $g$  و استنتاج إشارة  $(x) g$  على  $\mathbb{R}$ .
  - ج - استنتاج الوضع النسبي للمماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$ . ماذا تستنتج؟
6. انشئ المماس  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .
7. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن:  $f(x) = 4 - \frac{8e^x}{1 + e^x}$
8. أحسب  $S$  مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و حامل محور الفواصل والمستقيمات ذات المعادلات:  $x = -3$  و  $x = 0$ .

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في البكالوريا