

التمرين الأول: (06 نقاط)

في كل حالة من الحالات أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير:

(1) نهاية الدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x} + 2$ عندما $x \rightarrow 0$ هي 0.

(2) مجموعة حلول المعادلة $e^{-2x} + e^{-x} - 2 \geq 0$ في \mathbb{R} هي $[0, +\infty[$.

(3) مجموعة حلول المعادلة $e^x + e^3 = e^2$ في \mathbb{R} هي $\{-1\}$.

(4) الدالة المشتقة للدالة $x \mapsto \frac{1}{x \ln x} + 2$ على المجال $]1, +\infty[$ هي $x \mapsto -\frac{1 + \ln x}{(x \ln x)^2}$.

(5) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $u_0 = 2$ ، ومن أجل كل n من \mathbb{N} فإن $u_{n+1} = 2u_n - n$ حدها العام هو $u_n = 2^n + n + 1$.

(6) القيمة المتوسطة للدالة $x \mapsto x^2 + x - 1$ على المجال $[0, 2]$ هي: $\frac{8}{6}$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة على \mathbb{N} بحيث $u_0 = 1$ ومن أجل كل n طبيعي فإن $u_{n+1} = 3u_n$.

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n = 3^n$.

(2) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) معللا إجابتك.

(3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = \ln(u_n)$.

أ/ اثبت أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب/ اكتب v_n بدلالة n ؛ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.

(4) اكتب بدلالة n كل من: $v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ و $u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يمثل الجدول الآتي نسبة استخدام الهواتف الذكية في بلد بين السنوات 2014 و 2020: (تدور النتائج إلى 10^{-2})

السنة x_i	2014	2015	2016	2017	2019	2020
النسبة المئوية y_i	13	17.4	21.5	27.2	46.9	53.1

(1) مثل بيانيا سحابة النقط $M(x_i; y_i)$ في المعلم المتعامد الذي مبدأه $O(2014; 13)$.

(2cm لكل سنة على محور الفواصل و 10% لكل على محور الترتيب).

(2) عين الثنائية (\bar{x}, \bar{y}) إحداثيتي النقطة G ، النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M(x_i; y_i)$.



- (3) بيّن أن: $y = 6,99x - 14074,2$ هي المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار لهذه السلسلة؛ ثم مثله بيانياً.
(4) اعتماداً على التعديل السابق:

أ/ ما هي نسبة استخدام الهواتف الذكية المتوقعة في سنة 2025؟
ب/ ابتداءً من أي سنة تتجاوز نسبة الاستخدام 92%؟

التمرين الثالث: (06 نقاط)

I) الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = x^3 - x - 2$.
- بقراءة بيانية:

- (1) بّرر أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في \mathbb{R} حلاً وحيداً α يطلب إيجاد حصر له.
(2) استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل x من \mathbb{R} .

II) الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R}^* بـ: $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ؛ ثم فسر النتيجة هندسياً.

ب/ احسب كل من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) أ/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x فإن: $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$.

ب/ استنتج أن المستقيم $y = x + 1$: (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) ؛ ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

(3) أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x فإن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ؛ ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) احسب $f(-1)$ ؛ ثم مثل كل من (Δ) و (C_f) . (تعطى $\alpha \approx 1,5$ و $f(\alpha) = 3,6$)

(5) نعتبر العدد الحقيقي $S = \int_1^{\alpha} f(x) dx$. (حيث α هو الحل للمعادلة $g(x) = 0$)

أ/ عيّن مجموعة الدوال الأصلية للدالة f على المجال $]0, +\infty[$.

ب/ بيّن أن: $\alpha^2 = \frac{\alpha + 2}{2}$ ؛ ثم استنتج أن: $S = \alpha + \ln \alpha$.

بالتوفيق في البكالوريا