

## فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات

### الموضوع الأول

#### التمرين الأول:

عَيِّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة، في كل حالة من الحالات الآتية مع التعليل:  
**1** الدالة الأصلية على المجال  $]2; +\infty[$  للدالة  $f$  المعرفة بـ :  $f(x) = \frac{3}{(x-2)^4}$  و التي تحقق  $F(1) = 2$  هي:

(أ)  $F(x) = \frac{-1}{(x-2)^3}$       (ب)  $F(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 9}{(x-2)^3}$       (ج)  $F(x) = \frac{-1}{(x-2)^3} + 3$

**2** المساحة بوحدة المساحة للحيز تحت المنحنى الممثل للدالة  $f$  والمحصور بين المستقيمين ذو المعادلتين:  $x = 0$  و  $x = 1$  هي:

(أ)  $\frac{7}{8}$       (ب)  $-\frac{7}{8}$       (ج)  $0$

**3** القيمة المتوسطة على  $[-2; 3]$  للدالة  $g$  المعرفة بـ :  $g(x) = x(2x^2 + 1)^2$  هي:

(أ)  $\frac{613}{6}$       (ب)  $-\frac{63}{5}$       (ج)  $0$

**4** الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $h(x) = \frac{x^3 - 1}{(x^2 + 1)^3}$ ،  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

**1** الدالة المشتقة للدالة  $h$  هي:

(أ)  $h'(x) = \frac{3x(-x^3 + x + 2)}{(x^2 + 1)^4}$       (ب)  $h'(x) = \frac{-3x(-x^3 + x - 2)}{(x^2 + 1)^4}$       (ج)  $h'(x) = \frac{3x^4 + 3x^2 + 6x}{(x^2 + 1)^4}$

**2** معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_h)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $0$  هي:

(أ)  $y = x$       (ب)  $y = -x + 1$       (ج)  $y = -1$

**3**  $(C_h)$  يقطع محور الفواصل في:

(أ) -نقطتين      (ب) -نقطة وحيدة      (ج) - و لا نقطة

#### التمرين الثاني:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2 - 1}$

و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

**1** أحسب نهايات الدالة  $f$  عند الأطراف المفتوحة من مجموعة التعريف . فسر النتيجة بيانياً؟

**2** أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$  و شكل جدول تغيراتها.

**3** أدرس الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة  $y = 1$ ، ثم تحقق أن نقطة تقاطعهما  $A\left(\frac{5}{4}; 1\right)$ .

**4** عين احداثيات نقاط تقاطع  $(C_f)$  مع حامي محوري الإحداثيات.

**5** أكتب معادلة المماس  $(D)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A$ .

**6** أنشئ  $(D)$  و  $(C_f)$ .

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني:

### التمرين الأول:

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة، في كل حالة من الحالات الآتية مع التعليل:

**1**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+7}{(x+1)^2} \right) = \dots$  (أ) -1 (ب) -0 (ج)  $+\infty$

**2** لدينا  $I = \int_0^1 (x^2 + 2x - 1) dx$  منه: (أ)  $\frac{1}{3}$  (ب)  $-\frac{1}{3}$  (ج)  $-0$

**3** الدالة الأصلية على المجال  $]-1; +\infty[$  للدالة  $f$  المعرفة بـ:  $f(x) = \frac{-2}{(x+1)^2}$  و التي تنعدم عند 1 هي:

(أ)  $F(x) = \frac{-2}{(x+1)^2}$  (ب)  $F(x) = \frac{-x+1}{x+1}$  (ج)  $F(x) = \frac{2}{x+1}$

**4** المساحة بوحدة المساحة للحيز تحت المنحنى الممثل للدالة  $f$  و المحصور بين المستقيمين ذو المعادلتين:  $x=0$  و  $x=1$  هي: (أ) -1 (ب) -2 (ج) -4

**5** القيمة المتوسطة على  $[-1; 2]$  للدالة  $g$  المعرفة بـ:  $g(x) = (2x+1)^4$  هي:

(أ)  $\frac{521}{5}$  (ب)  $-\frac{521}{5}$  (ج) 0

**6** الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = \frac{x^2-1}{(x^2+1)^3}$  الدالة المشتقة للدالة  $h$  هي:

(أ)  $h'(x) = \frac{-4x(x^2-2)}{(x^2+1)^4}$  (ب)  $h'(x) = \frac{4x(x^2-2)}{(x^2+1)^4}$  (ج)  $h'(x) = \frac{4x^3+8x}{(x^2+1)^4}$

### التمرين الثاني:

**I.** نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$

و ليكن  $(C_g)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

**1** أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  و شكل جدول تغيراتها.

**2** بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  محصور بين 1,6 و 1,7.

**3** استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  على المجال  $\mathbb{R}$ .

**4** بين أن  $(C_g)$  يقبل نقطة انعطاف، ثم عينها.

**II.** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{1-x}{x^3+1}$

و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

**1** بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-1\}$ :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x^3+1)^2}$

**2** استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

**3** أكتب معادلة المماس  $(D)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0.

**4** تحقق أن:  $f(x) - (-x+1) = \frac{(x-1)x^3}{(x+1)(x^2-x+1)}$ ، ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمماس  $(D)$

**5** عين نقاط تقاطع  $(C_f)$  مع حامي محوري الإحداثيات.

**6** أنشئ  $(D)$  و  $(C_f)$ . (تعطى  $f(\alpha) \approx -1,12$ )