المقاطعة التفتيشية الأولى | مديرية التربية لولاية غرداية

امتحان بكالوريا تجريبية | 2017/2016

الشعب : آداب و فلسفة , لغات أجنبية

المادة : رياضيات | **المدة :** ساعتان و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_0 و أساسها $r=-3$ بحيث : $u_0+u_1+u_2+u_3=-10$

1) أحسب u_0

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=2-3n$

3) تحقّق أنّ العدد (-2017) حدّ من حدود المتتالية (u_n) ما رتبته ؟

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n

ب) استنتج قيمة المجموع $S'=u_0+u_1+...+u_{673}$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a و b عددان طبيعيان حيث : $a=2017$, $b=1438$

1) أ) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على العدد 5

ب) استنتج مما سبق باقي القسمة الإقليدية للعدد $a+b$ على العدد 5

2) أ) تحقّق أنّ $a^2\equiv-1[5]$ و $b^2\equiv-1[5]$

ب) استنتج أنّه مهما كان العدد الطبيعي n فإن العدد $a^{4n}+b^{4n+2}$ يقبل القسمة على 5

3) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث : $a^{4n}+n-1\equiv0[5]$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f دالة معرفة على R كما يلي : $f(x)=x^3+3x^2-4$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

1)أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها على R

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على R ثم شكّل جدول تغيراتها

4) أ) بيّن أنّ النقطة $A(-1;-2)$ هي نقطة انعطاف للمنحني (C_f)

ب) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة A

5) بيّن أنه مهما كان العدد الحقيقي x فإنّ $f(x)=(x-1)(x+2)^2$

6) حل في R المعادلة $f(x)=0$ ثم استنتج أنّ المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين إحداثيي كل منهما

7) أرسم المنحني (C_f) و المماس (T)

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3u_n + 2$

1) أحسب الحدود : u_1 ، u_2 و u_3

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n + 1$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 3$ و حدّها الأوّل $v_0 = 4$

ب) أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

3) أحسب بدلالة n الفرق $v_{n+1} - v_n$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n)

4) أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$

ب) استنتج بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات الخمس الآتية مع التعليل :

		الاقتراح (أ)	الاقتراح (ب)	الاقتراح (ج)
1	عدد قواسم العدد $2^3 \times 7^2$ هو	6	12	9
2	العددان 1438 و 2017 متوافقان بترديد	3	2	9
3	إذا كان a و b عددين صحيحين بحيث $a \equiv -5[3]$ و $b \equiv 2[3]$ فإنّ	$a^2 - b^2 \equiv 1[3]$	$a^2 - b^2 \equiv 0[3]$	$a^2 - b^2 \equiv 2[3]$
4	a عدد صحيح إذا كان $a \equiv -1[5]$ فإنّ	$a^{2017} \equiv 2[5]$	$a^{2017} \equiv 1[5]$	$a^{2017} \equiv 4[5]$
5	a عدد صحيح إذا كان $a \equiv -11[9]$ فإنّ باقي قسمة a على 9 هو	7	5	3

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على $R-\{2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}+2} f(x)$, $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}+2} f(x)$

ب) استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

2) أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

3) شكّل جدول تغيرات الدالة f

4) أ) تحقّق أنّه مهما كان x من $R-\{2\}$ فإنّ : $f(x)=2+\dfrac{5}{x-2}$

ب) استنتج النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعداد صحيحة

5) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات

6) أرسم المنحني (C_f)

المقاطعة التفتيشية الأولى
امتحان بكالوريا تجريبية
الشعب : آداب و فلسفة , لغات أجنبية
المادة : رياضيات

مديرية التربية لولاية غرداية
2017/2016
المدة : ساعتان ونصف

تصحيح الموضوع الأول

تصحيح التمرين الأول: (06 نقاط)

1)	لدينا $u_n = u_0 + rn = u_0 - 3n$ و منه $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = -10$ معناه $u_0 + u_0 - 3 + u_0 - 6 + u_0 - 9 = -10$ معناه $u_0 = 2$	01.5
2)	من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n = u_0 + rn = 2 - 3n$	01
3)	لدينا $u_n = -2017$ معناه $2 - 3n = -2017$ معناه $n = 673$ و منه العدد -2017 حد من حدود المتتالية , لدينا $u_{673} = -2017$ و $u_n = -2017$ و هو حد رتبته 674	01
4)	أ) $S_n = \dfrac{n+1}{2}(u_0 + u_n) = \dfrac{(n+1)(4-3n)}{2}$ ب) $S' = S_{673} = \dfrac{(673+1)(4-3\times 673)}{2} = -679055$ يمكن أن نستخدم الطريقة الآتية أيضا : $S' = \dfrac{674}{2}(2-2017) = -679055$	01.5 01

تصحيح التمرين الثاني: (06 نقاط)

1)	أ) $a = 5\times 403 + 2$ و $b = 5\times 287 + 3$ ب) لدينا $\begin{cases} a \equiv 2[5] \\ b \equiv 3[5] \end{cases}$ ومنه $a + b \equiv 5[5]$ ومنه $a + b \equiv 0[5]$	01 01
2)	أ) لدينا $\begin{cases} a \equiv 2[5] \\ b \equiv 3[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^2 \equiv 4[5] \\ b^2 \equiv 9[5] \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a^2 \equiv -1[5] \\ b^2 \equiv -1[5] \end{cases}$ ب) لدينا $\begin{cases} a^2 \equiv -1[5] \\ b^2 \equiv -1[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^4 \equiv 1[5] \\ b^4 \equiv 1[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n} \equiv 1[5] \\ b^2 \equiv 1[5] \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n} \times b^2 \equiv -1 \times 1[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n+2} \equiv -1[5] \end{cases}$ ومنه $a^{4n} + b^{4n+2} \equiv 0[5]$	01 02
3)	لدينا $a^{4n} + n - 1 \equiv 0[5]$ ومنه $1 + n - 1 \equiv 0[5]$ ومنه $n \equiv 0[5]$ ومنه $n = 5k$ $(k \in N)$ (n مضاعفات العدد 5)	01

تصحيح التمرين الثالث: (08 نقاط)

<table>
<tr><td>(1</td><td>$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$</td><td>01</td></tr>
<tr><td>(2</td><td>$f'(x) = 3x^2 + 6x$
لدينا $f'(x) = 3x(x+2)$ معناه $x = 0$ أو $x = -2$
إشارة المشتقة :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	-	0	$+$	

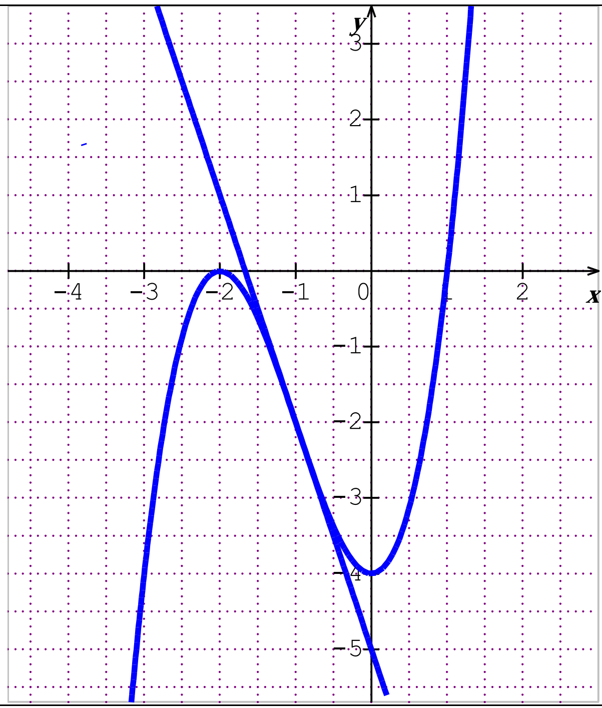
</td><td>0.5

01</td></tr>
<tr><td>(3</td><td>الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty\,;-2]$ و على المجال $[0\,;+\infty[$
الدالة f متناقصة تماما على المجال $[-2\,;0]$
جدول التغيرات :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	-	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		0		-4		$+\infty$

</td><td>0.5

01</td></tr>
<tr><td>(4</td><td>أ) $f''(x) = 6x + 6$ لدينا $f''(x)$ تنعدم عند -1 و تغير إشارتها ومنه $A(-1;-2)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)
ب) معادلة المماس : $y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = -3x - 5$</td><td>01

0.5</td></tr>
<tr><td>(5</td><td>$(x-1)(x+2)^2 = (x-1)(x^2+4x+4) = x^3 + 3x^2 - 4 = f(x)$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>(6</td><td>$f(x) = 0$ معناه $(x-1)(x+2)^2 = 0$ معناه $x = 1$ أو $x = -2$ و منه
المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين هما $B(1;0)$ و $C(-2;0)$</td><td>01</td></tr>
<tr><td>(7</td><td>
</td><td>01</td></tr>
</table>

تصحيح الموضوع الثاني

تصحيح التمرين الأول: (06 نقاط)

1)	$u_1 = 3u_0 + 2 = 3\times 3 + 2 = 11$ ، $u_2 = 3u_1 + 2 = 3\times 11 + 2 = 35,$ $u_3 = 3u_2 + 2 = 3\times 35 + 2 = 107$	0.75
2)	أ) $v_{n+1} = u_{n+1} + 1 = 3u_n + 2 + 1 = 3u_n + 3 = 3(u_n + 1) = 3v_n$ و منه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 3$ و حدها الأول $v_0 = u_0 + 1 = 3 + 1 = 4$ ب) $v_n = v_0 \times q^n = 4\times 3^n$ ، $u_n = v_n - 1 = 4\times 3^n - 1$	0.75 01.5
3)	$v_{n+1} - v_n = 4\times 3^{n+1} - 4\times 3^n = 4\times 3^n(3-1) = 8\times 3^n > 0$ نستنتج أن (v_n) متزايدة تماما	01.25
4)	أ) $S_n = v_0 \times \dfrac{q^{n+1}-1}{q-1} = 4\times \dfrac{3^{n+1}-1}{3-1} = 2(3^{n+1}-1)$ ب) $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n = (v_0 - 1) + (v_1 - 1) + ...(v_n - 1)$ $= (v_0 + v_1 + ...v_n) + (-1-1...-1) = S_n - 1\times(n+1) = 2(3^{n+1}-1) - n - 1$	0.75 01

تصحيح التمرين الثاني: (06 نقاط)

1)	الاقتراح الصحيح : (ب) 12 التعليل : $(3+1)\times(2+1) = 12$	01
2)	الاقتراح الصحيح : (أ) 3 التعليل : الفرق $2017 - 1438 = 579$ يقبل القسمة على العدد 3 لأنّ $579 = 3\times 193$	01
3)	الاقتراح الصحيح : (ب) $a^2 - b^2 \equiv 0[3]$ التعليل : لدينا $\begin{cases} a \equiv -5[3] \\ b \equiv 2[3] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^2 \equiv 25[3] \\ b^2 \equiv 4[3] \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a^2 \equiv 25[3] \\ -b^2 \equiv -4[3] \end{cases}$ ومنه $a^2 - b^2 \equiv 21[3]$ و منه $a^2 - b^2 \equiv 0[3]$	01.5
4)	الاقتراح الصحيح : (ج) $a^{2017} \equiv 4[5]$ التعليل : لدينا $a \equiv -1[5]$ ومنه $a^{2017} \equiv (-1)^{2017}[5]$ و منه $a^{2017} \equiv -1[5]$ ومنه $a^{2017} \equiv 4[5]$	01.5
5)	الاقتراح الصحيح : (أ) 7 التعليل : لدينا $a \equiv -11[9]$ و منه $a \equiv -11 + 18[9]$ ومنه $a \equiv 7[9]$	01

تصحيح التمرين الثالث: (08 نقاط)

<table>
<tr><td>01</td><td>

أ) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$ ، $\lim_{x \xrightarrow{<} +2} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \xrightarrow{<} +2} f(x) = +\infty$

ب) $x = 2$ هي معادلة مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

$y = 2$ هي معادلة مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$

</td><td>(1</td></tr>
<tr><td>01</td><td>

$$f'(x) = \frac{2(x-2)-1(2x+1)}{(x-2)^2} = \frac{-5}{(x-2)^2} < 0$$

الدالة f متناقصة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها

</td><td>(2</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>

جدول التغيرات

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+2$</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>‖</td><td>$-$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+2 \searrow -\infty$</td><td>‖</td><td>$+\infty \searrow +2$</td></tr>
</table>

</td><td>(3</td></tr>
<tr><td>0.5
02</td><td>

أ) $f(x) = \frac{2x+1}{x-2} = \frac{2(x-2)+5}{x-2} = 2 + \frac{5}{x-2}$

ب) $f(x)$ عدد صحيح معناه $x-2$ يقسم 5 وبما أن القواسم الصحيحة لـ5 هي $1,1-,5,5-$ فإنّ

$x-2 \in \{1,-1,-5,+5\}$ ومنه $x \in \{+3,+1,-3,+7\}$ ومنه $f(x) \in \{+7,-3,+1,+3\}$

ومنه النقط المطلوبة هي : $A(3;7)$, $B(1;-3)$, $C(-3;1)$, $D(7;3)$

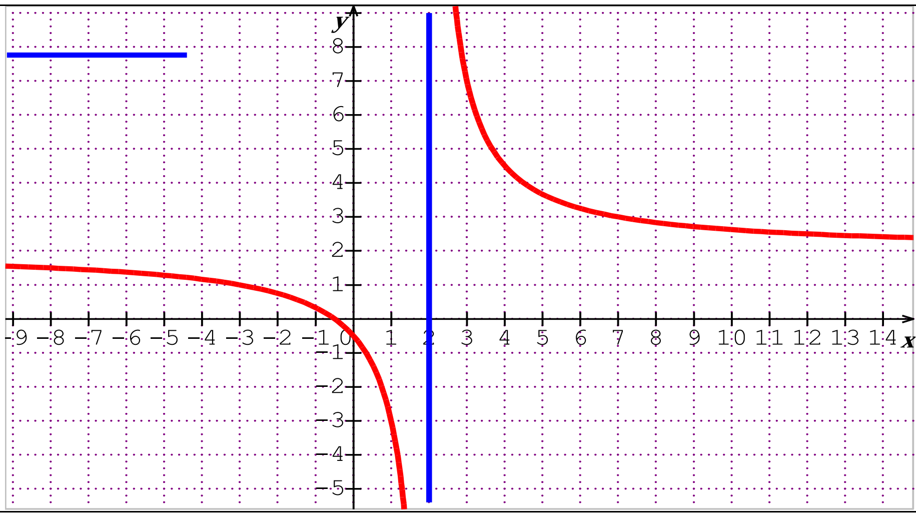
</td><td>(4</td></tr>
<tr><td>01</td><td>

$f(x) = 0$ معناه $2x+1=0$ معناه $x = -\frac{1}{2}$ ومنه (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في

نقطة وحيدة احداثياها $(0;-\frac{1}{2})$ و بما أنّ $f(0) = -\frac{1}{2}$ فإنّ (C_f) يقطع حامل محور التراتيب

في نقطة وحيدة احداثياها $(-\frac{1}{2};0)$

</td><td>(5</td></tr>
<tr><td>01</td><td>



</td><td>(6</td></tr>
</table>