

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :  
الموضوع الأول :

التمرين الأول: (06 نقاط)

$(U_n)$  متتالية حسابية حدها الأول  $U_0 = 2$  و  $U_0 + 5U_1 + 5U_3 = 102$ .

(1) بين أن :  $U_1 + U_3 = 20$  واستنتج  $U_2$ .

(2) أحسب  $U_1$  و استنتج أن أساس المتتالية  $(U_n)$  هو 4.

(3) اكتب عبارة الحد العام  $U_n$  بدلالة  $n$ .

(4) (أ) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ .

(ب) عين قيمة العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون  $S_n = 162$ .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

$a, b, c$  و ثلاثة أعداد صحيحة حيث :  $b \equiv 2[5]$  ,  $a - b \equiv 2[5]$  و  $2a + c \equiv 4[5]$

(1) بين أن :  $a \equiv 4[5]$  و  $c \equiv -4[5]$ .

(2) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a \times b - 3c$  على 5.

(3) (أ) بين أن  $a \equiv -1[5]$  و  $c \equiv 1[5]$ .

(ب) أثبت أن العدد  $3 \times a^{1439} + 5 \times c^{2018} + 13$  مضاعف لـ 5.

(ج) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  الأصغر أو تساوي 28 والتي تحقق :  $a^2 + b^2 + c^2 + n \equiv 4[5]$ .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[$  كمايلي :  $f(x) = \frac{2-x}{x-1}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 فإن :  $f(x) = -1 + \frac{a}{x-1}$  حيث  $a$  عدد حقيقي يطلب تعيينه.

(2) عين  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ، فسر النتائج هندسيا

(3) أحسب  $f'(x)$  واستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها

(4) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A(2;0)$ .

(5) أحسب  $f(0)$ ، أنشئ المماس  $(T)$  ثم المنحنى  $(C_f)$ .

(6) (أ) أنشئ في نفس المعلم السابق المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة  $y = x - 2$ .

(ب) حل في  $\mathbb{R}$  ، بيانيا المتراجحة ذات المجهول  $x$  :  $f(x) \leq x - 2$

## الموضوع الثاني :

### التمرين الأول: (06 نقاط)

- (1) (أ) عين بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $2^n$  على 5 من أجل قيم  $n$  التالية : 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 .
- (ب) إستنتج بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $2^n$  على 5 من أجل كل عدد طبيعي  $n$  .
- (2) عين باقي قسمة 17 على 5 واستنتج باقي قسمة العدد  $17^{4k}$  على 5 حيث  $k$  عدد طبيعي .
- (3) استنتج أن العدد  $17^{4k} + 2^{4k+3} + 6$  يقبل القسمة على 5 حيث  $k$  عدد طبيعي .
- (4) عين باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد :  $1962^{2016} - 2^{49} + 61^{1954}$  .

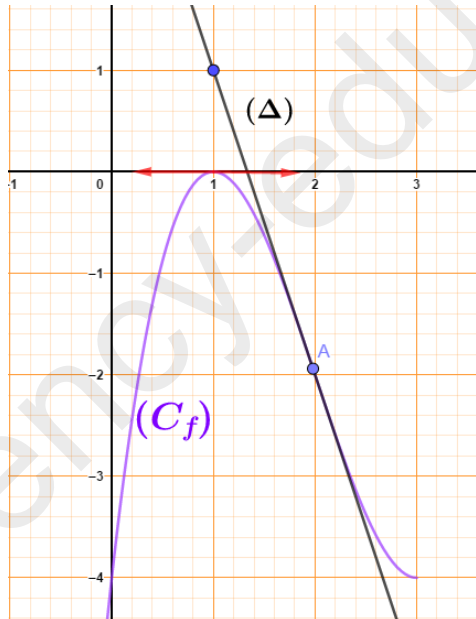
### التمرين الثاني: (06 نقاط)

$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = 3U_n - 2 \end{cases} \quad (U_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N} \text{ كمايلي :}$$

- (1) أحسب  $U_1$  و  $U_2$  .
- (2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : U_n \geq 3$  .
- (3) نعتبر المتتالية العددية  $(V_n)$  المعرفة كمايلي :  $V_n = U_n - 1$  .
  - (أ) بين أن  $(V_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول مستنتجا تغيراتها .
  - (ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : V_n = 2 \times 3^n$  ، ثم استنتج عبارة  $U_n$  بدلالة  $n$  .
  - (ج) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$  .
  - (د) إستنتج بدلالة  $n$  المجموع  $S'_n$  حيث :  $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$  .

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .  
**الجزء 1:** المنحنى المقابل هو جزء من المنحنى  $(C_f)$  ، المستقيم  $(T)$  هو مماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 2



باستعمال المنحنى  $(C_f)$  :

- (1) عين  $f(1)$  ،  $f(2)$  ،  $f'(1)$  ، و  $f'(2)$  .
- (2) أكتب معادلة للمماس  $(T)$  .
- (3) ماذا تمثل النقطة ذات الفاصلة 2 بالنسبة لـ  $(C_f)$  ، مع التعليل .

**الجزء 2:** نرض أن :  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$  .

باستعمال العبارة  $f(x)$  :

- (1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .
- (3) تحقق أن النقطة ذات الفاصلة 2 هي نقطة إنعطاف للمنحنى  $(C_f)$  .
- (4) (أ) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} : f(x) = (x-1)(x^2 - 5x + 4)$  .
- (ب) عين نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل ، ثم أكمل إنشاء المنحنى  $(C_f)$  .