

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول :

التمرين الأول: (06 نقاط)

(U_n) متتالية حسابية حدها الأول $U_0 = 2$ و $U_0 + 5U_1 + 5U_3 = 102$.

(1) بين أن : $U_1 + U_3 = 20$ واستنتج U_2 .

(2) أحسب U_1 و استنتج أن أساس المتتالية (U_n) هو 4.

(3) اكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n .

(4) (أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.

(ب) عين قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 162$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a, b, c و ثلاثة أعداد صحيحة حيث : $b \equiv 2[5]$, $a - b \equiv 2[5]$ و $2a + c \equiv 4[5]$

(1) بين أن : $a \equiv 4[5]$ و $c \equiv -4[5]$.

(2) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a \times b - 3c$ على 5.

(3) (أ) بين أن $a \equiv -1[5]$ و $c \equiv 1[5]$.

(ب) أثبت أن العدد $3 \times a^{1439} + 5 \times c^{2018} + 13$ مضاعف لـ 5.

(ج) عين قيم العدد الطبيعي n الأصغر أو تساوي 28 والتي تحقق : $a^2 + b^2 + c^2 + n \equiv 4[5]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{2-x}{x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x) = -1 + \frac{a}{x-1}$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه.

(2) عين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، فسر النتائج هندسيا

(3) أحسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(2;0)$.

(5) أحسب $f(0)$ ، أنشئ المماس (T) ثم المنحنى (C_f) .

(6) (أ) أنشئ في نفس المعلم السابق المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x - 2$.

(ب) حل في \mathbb{R} ، بيانيا المتراجحة ذات المجهول x : $f(x) \leq x - 2$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (06 نقاط)

- (1) (أ) عين بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 من أجل قيم n التالية : 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 .
- (ب) إستنتج بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 من أجل كل عدد طبيعي n .
- (2) عين باقي قسمة 17 على 5 واستنتج باقي قسمة العدد 17^{4k} على 5 حيث k عدد طبيعي .
- (3) استنتج أن العدد $17^{4k} + 2^{4k+3} + 6$ يقبل القسمة على 5 حيث k عدد طبيعي .
- (4) عين باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد : $1962^{2016} - 2^{49} + 61^{1954}$.

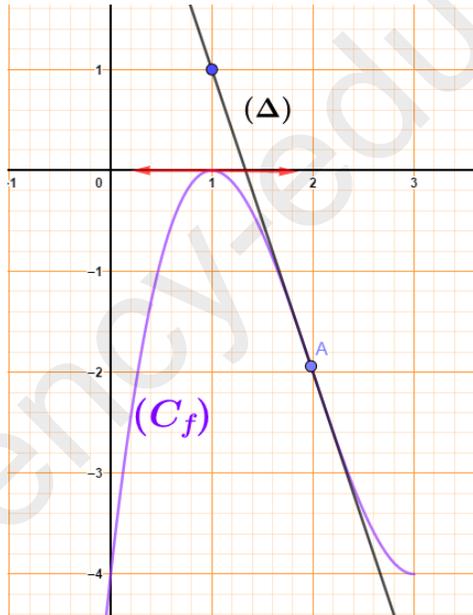
التمرين الثاني: (06 نقاط)

$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = 3U_n - 2 \end{cases} \quad (U_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N} \text{ كمايلي :}$$

- (1) أحسب U_1 و U_2 .
- (2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : U_n \geq 3$.
- (3) نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة كمايلي : $V_n = U_n - 1$.
 - (أ) بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول مستنتجا تغيراتها .
 - (ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : V_n = 2 \times 3^n$ ، ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .
 - (ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$.
 - (د) إستنتج بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f دالة معرفة على \mathbb{R} ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
الجزء 1: المنحنى المقابل هو جزء من المنحنى (C_f) ، المستقيم (T) هو مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2



باستعمال المنحنى (C_f) :

- (1) عين $f(1)$ ، $f(2)$ ، $f'(1)$ ، و $f'(2)$.
- (2) أكتب معادلة للمماس (T) .
- (3) ماذا تمثل النقطة ذات الفاصلة 2 بالنسبة لـ (C_f) ، مع التعليل .

الجزء 2: نفرض أن : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$.

باستعمال العبارة $f(x)$:

- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
- (3) تحقق أن النقطة ذات الفاصلة 2 هي نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f) .
- (4) (أ) بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f(x) = (x-1)(x^2 - 5x + 4)$.
- (ب) عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل ، ثم أكمل إنشاء المنحنى (C_f) .