الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية المسيلة

إمتحان بكالوريا تجريبية للتعليم الثانوي — ثانوية: المجاهد طويري محمد

الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية — دورة ماي 2021

إختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 02 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الأتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5.

2) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 1442^{2021} على 5.

3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $2^{4n} \equiv 1[5]$.

4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2^{412} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 0[5]$.

5) عين العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد: $2^{4n} + 2^n + 41$ مضاعف للعدد 5.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية وحدودها موجبة، حدها الأول u_1 أساسها q حيث: $u_3 = 8$ و $u_5 \times u_7 = 4096$.

1) احسب u_6 والأساس q.

2) احسب u_1، ثم اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

4) احسب المجموع S_n بدلالة n، حيث: $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$.

5) علما أن: $2^9 = 512$، عين العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 2044$.

التمــرين الثالث: (09 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

(C_f) المنحنى البياني البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيياها.

4) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = (x-1)(2x^2 - x - 1)$.

5) عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.

6) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = \frac{1}{2}$.

7) أنشئ (T) و (C_f) في نفس المعلم السابق.

8) m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم m، عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$.

إنتهى المـوضـوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

a و b عددان طبيعيان حيث: $a \equiv 3[4]$ و $b \equiv 2[4]$.

1) هل العدد $2a + 5b^3$ يقبل القسمة على 4 ؟
2) احسب باقي قسمة العدد $a^2 - 2b^3$ على 4.
3) تحقق أن: $a \equiv -1[4]$.
4) استنتج باقي قسمة العدد $a^{2021} \times a^{1442}$ على 4.
5) استنتج أن: $a^{2021} + a^{1442} \equiv 0[4]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r، حيث: $u_3 = 1$ و $u_{12} = 19$.

1) عين الأساس r والحد الأول u_0 لهذه المتتالية.
2) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n، ثم احسب u_{18}.
3) عين العدد الطبيعي n حتى يكون: $u_n = 2021$.
4) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + U_n$.
5) استنتج المجموع: $A = 31 + 33 + 35 + \cdots + 2021$.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{2x+2}{x+2}$.
(C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -2: $f(x) = 2 - \dfrac{2}{x+2}$.
2) أ) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ <}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ >}} f(x)$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

3) عين الدالة المشتقة f' للدالة f وادرس اشارتها.

4) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها على مجموعة تعريفها.

5) عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.

6) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

7) أنشئ (T) و (C_f).

8) ناقش بيانيا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$.

إنتهى الموضوع الثاني

الزمن	اكتوبر 2020	جوان 2021
'(أنا)	+	
أنا	0	الباك

الارادة الصادقة للإنسان...
تشبه قوة خفية تسير خلف ظهره، وتدفعه دفعا للأمام على طريق النجاح...
وتتنامى مع الوقت حتى تمنعه من التوقف أو التراجع.

☺ بالتوفيق والنجاح في شهادة بكالوريا 2021. ☺
أتمنى لكم حياة جامعية أفضل ...

تصحيح المـوضـوع الأول

حل التمـرين الأول 05 ن

1 • دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5: 1.5 ن

◁ من أجل $n=0$ نجد: $2^0 \equiv 1[5]$

◁ من أجل $n=1$ نجد: $2^1 \equiv 2[5]$

◁ من أجل $n=2$ نجد: $2^2 \equiv 4[5]$

◁ من أجل $n=3$ نجد: $2^3 \equiv 3[5]$

◁ من أجل $n=4$ نجد: $2^4 \equiv 1[5]$

نلخص بواقي قسمة 2^n على 5 في الجدول التالي:

n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$	$k \in \mathbb{N}$
$2^n \equiv$	1	2	4	3	$[5]$

ومنه:

◁ بواقي قسمة 2^{4k} على 5 هي 1.

◁ بواقي قسمة 2^{4k+1} على 5 هي 2.

◁ بواقي قسمة 2^{4k+2} على 5 هي 4.

◁ بواقي قسمة 2^{4k+3} على 5 هي 3.

2 تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد 1442^{2021} على 5: 1 ن

لدينا: $1442 \equiv 2[5]$ حسب خواص الموافقات: $1442^{2021} \equiv 2^{2021}[5]$ ونكتب: $1442^{2021} \equiv 2^{2\times1010+1}[5]$

ولدينا: $2^{3k+1} \equiv 2[5]$ حسب خاصية التعدي ينتج: $1442^{2021} \equiv 2[5]$

ومنه باقي القسمة الإقليدية للعدد 1442^{2021} على 5 هو: 2.

3 تبيين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $2^{4n} \equiv 1[5]$ 0.5 ن

لدينا: $2^4 \equiv 1[5]$ وبإستعمال خاصية الرفع إلى قوى n نجد: $(2^4)^n \equiv 1^n[5]$ ومنه: $2^{4n} \equiv 1[5]$.

4 تبيين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2^{412}+2^{8n+2}-5 \equiv 0[5]$ 1 ن

لدينا:
$$2^{412}+2^{8n+2}-5\equiv 2^{4\times103}+2^{2(4n+1)}-5[5]$$
$$2^{412}+2^{8n+2}-5\equiv 2^{4\times103}+(2^{4n+1})^2-5[5]$$
$$2^{412}+2^{8n+2}-5\equiv 1+(2)^2-5[5]$$
$$2^{412}+2^{8n+2}-5\equiv 1+4-5[5]$$
$$2^{412}+2^{8n+2}-5\equiv 0[5]$$

5 تعيين العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد: $2^{4n}+2^n+41$ مضاعف للعدد 5: 1 ن

لدينا: $2^{4n}+2^n+41$ مضاعف لـ 5 معناه $2^{4n}+2^n+41\equiv 0[5]$

ومنه: $2^{4n}+2^n+41\equiv 0[5]$ يكافئ $1+2^n+1\equiv 0[5]$ يكافئ $2^n\equiv -2[5]$ يكافئ $2^n\equiv 3[5]$

ومن الجدول نجد: $n=4k+3$ حيث: $k\in\mathbb{Z}$.

حل التمـرين الثاني 06 ن

1 • حساب u_5: 1 ن

لدينا: $u_5\times u_7=4096\cdots$ ❶

وحسب خاصية الوسط الهندسي في المتتالية الهندسة نجد: $u_5\times u_7=(u_5)^2\cdots$ ❷

من ❶ و ❷ نجد: $(u_6)^2=4096$ أي: $u_6=\sqrt{4096}=64$ أو $u_5=-\sqrt{4096}=-64$

بما أن حدود المتتالية (u_n) موجبة فإن: $u_5=64$.

• حساب الأساس r: 1 ن

لدينا: $u_6=u_3\times q^{6-3}$ أي $64=8\times q^3$ أي $q^3=\frac{32}{2}$ ومنه $q^3=8$

(بما أن $2^3=8$ فإن: $q^3=2^3$) ومنه $q=2$.

2 • حساب u_1: 0.5 ن

لدينا: $u_3=u_1\times q^{3-1}$ أي: $8=u_1\times 2^2$ أي: $u_1=\frac{8}{4}$ ومنه: $u_1=2$.

• عبارة حد العام u_n بدلالة n: 1 ن

تعطى عبارة الحد العام لمتتالية هندسية حدها الأول u_1 بالعلاقة التالية: $u_n=u_1\times q^{n-1}$

بعد التعويض نجد: $u_n=2\times 2^{n-1}$ أي $u_n=2^{n-1+1}$ ومنه $u_n=2^n$.

3 اتجاه تغير المتتالية u_n: 0.5 ن

بما أن $q=2>1$ و $u_1=2>1$ فإن المتتالية u_n متزايدة تماما.

4 حساب المجموع S_n بدلالة n: 1 ن

لدينا: $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n=u_1\times\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)=2\times\left(\frac{2^n-1}{2-1}\right)=2\times(2^n-1)$

5 علما أن: $2^9 = 512$، عين العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 2044$ **1 ن**

لدينا: $S_n = 2044$ معناه: $2 \times (2^n - 1) = 2044$ معناه: $(2^n - 1) = 511$ معناه: $2^n = 512$

بالمطابقة مع $2^9 = 512$ نجد $n = 9$.

حل التمـرين الثالث **09 ن**

1 حساب النهايات **0.5 ن** + **0.5 ن**

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} x^3 = +\infty$

2 دراسة إتجاه تغير الدالة f:

- حساب الدالة المشتقة f' للدالة f: **0.5 ن**

الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة f' حيث: $f'(x) = 6x^2 - 6x$

- دراسة إشارة $f'(x)$ **0.5 ن**

لدينا: $f'(x) = 0$ تكافئ $6x^2 - 6x = 0$ تكافئ $6x(x-1) = 0$

تكافئ $6x = 0$ أو $x - 1 = 0$ تكافئ $x = 0$ أو $x = 1$.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

إذن من أجل: **0.5 ن**

◁ $x \in]-\infty;0]$; $f'(x) > 0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على مجال $]-\infty;0]$

◁ $x \in [0;1]$; $f'(x) < 0$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على مجال $[0;1]$

◁ $x \in [1;+\infty[$; $f'(x) > 0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على مجال $[1;+\infty[$

- جدول تغيرات الدالة f **0.5 ن**

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3 تبيين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياها: **1 ن**

نحسب الدالة المشتقة الثانية f'' للدالة f وندرس إشارتها:

الدالة f' قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة f'' حيث: $f''(x) = 12x - 6$

لدينا: $f''(x)=0$ تكافئ $12x-6=0$ تكافئ $12x=6$ تكافئ $x=\frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$

إذن الدالة المشتقة الثانية f'' تنعدم من أجل $x=\frac{1}{2}$ مغيرة إشارتها.

ومنه المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف w حيث: $w\left(\frac{1}{2};f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ أي $w\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

4 التحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=(x-1)(2x^2-x-1)$. : 0.5 ن

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: لدينا:

$$(x-1)(2x^2-x-1)=2x^3-x^2-x-2x^2+x+1=2x^3-3x^2+1=f(x)$$

5 تعيين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات:

- مع محور الفواصل: 0.5 ن + 0.5 ن

معناه $y=0$ معناه $f(x)=0$ معناه $(x-1)(2x^2-x-1)=0$ معناه $(x-1)=0$ أو $(2x^2-x-1)=0$

لدينا: $x-1=0$ يكافئ $x=1$

ولدينا: $(2x^2-x-1)=0$ نحسب المميز Δ فنجد: $\Delta=(-1)^2-4(2)(-1)=9$

ومنه للمعادلة حلان: $x_1=\frac{1+\sqrt{9}}{2\times2}=\frac{4}{4}=1$ أو $x_2=\frac{1-\sqrt{9}}{2\times2}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$

وبالتالي المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطتين A و B حيث: $A(1;0)$ و $B\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

- مع محور التراتيب: 0.5 ن

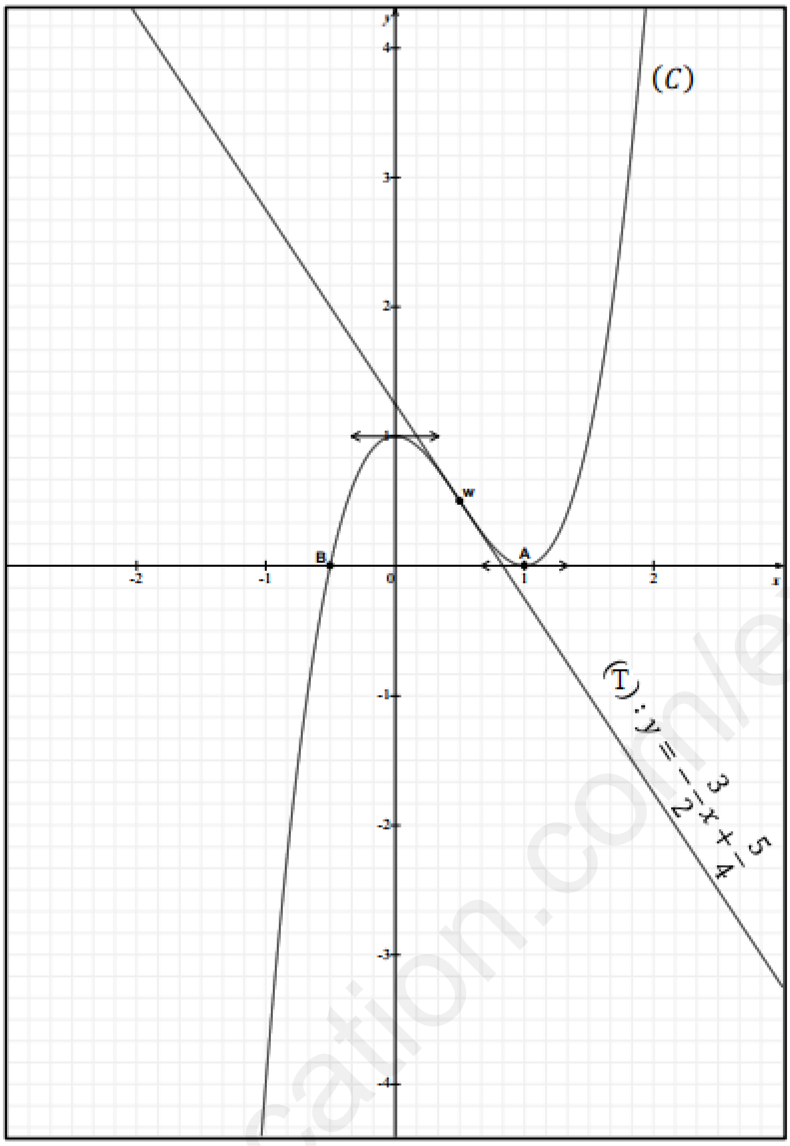
معناه $x=0$ أي نحسب: $f(0)$ ومنه: $f(0)=2(0)^3-3(0)^2+1)=1$

وبالتالي المنحنى (C_f) يقطع محور التراتيب في النقطة C حيث: $C(0;1)$.

6 كتابة معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0=\frac{1}{2}$: 1 ن

$(T): f'\left(\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)$ تكافئ $(T): -\frac{3}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}$ تكافئ $(T): -\frac{3}{2}x+\frac{5}{4}$

7 إنشاء المماس (T) 0.5 ن والمنحنى (C_f): 0.5 ن



8 مناقشة تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$ **1 ن**

- من أجل $m \in]-\infty; 0[$ يوجد حل وحيد
- من أجل $m = 0$ يوجد حل مضاعف $x_0 = 1$ و حل $x_1 = -\frac{1}{2}$
- من أجل $m \in]0; 1[$ يوجد ثلاثة حلول
- من أجل $m = 1$ يوجد حل مضاعف $x_2 = 0$ وحل $x_3 = \frac{3}{2}$
- من أجل $m \in]1; +\infty[$ يوجد حل وحيد

إنتهى تصحيح الموضوع الأول

تصحيح الموضوع الثاني

حل التمرين الأول 05 ن

1) نبحث إن كان العدد $2a+5b^3$ يقبل القسمة على 4: 1 ن

نقول عن العدد $2a+5b^3$ أنه يقبل القسمة على 4 إذا كان $2a+5b^3 \equiv 0[4]$.

لدينا: $a \equiv 3[4]$ يكافئ $2a \equiv 6[4]$ يكافئ $2a \equiv 2[4] \cdots ❶$

ولدينا: $b \equiv 3[4]$ يكافئ $b^3 \equiv 2^3[4]$ يكافئ $b^3 \equiv 8[4]$ يكافئ $b^3 \equiv 0[4]$

يكافئ $5b^3 \equiv 0[4] \cdots ❷$

بجمع الموافقة ❶ والموافقة ❷ طرف لطرف ينتج: $2a+5b^3 \equiv 2[4]$.

ومنه العدد $2a+5b^3$ لا يقبل القسمة على 4.

2) حساب باقي قسمة العدد a^2-2b^3 على 4: 1 ن

لدينا: $a \equiv 3[4]$ يكافئ $a^2 \equiv 3^2[4]$ يكافئ $a^2 \equiv 9[4] \cdots$ يكافئ $a^2 \equiv 1[4] \cdots ❸$

ولدينا: $b^3 \equiv 0[4]$ يكافئ $2b^3 \equiv 0[4] \cdots ❹$

نطرح الموافقة ❸ من الموافقة ❹ نجد: $a^2-2b^3 \equiv 1[4]$.

ومنه باقي قسمة العدد a^2-2b^3 على 4 هو 1.

3) حساب باقي قسمة العدد a^2-2b^3 على 4: 1 ن

لدينا: $a \equiv 3[4]$ يكافئ $a+1 \equiv 3+1[4]$ يكافئ $a+1 \equiv 4[4]$

وبما أن: $4 \equiv 0[4]$ فإن (حسب خاصية التعدي): $a+1 \equiv 0[4]$

يكافئ $a+1-1 \equiv 0-1[4]$ يكافئ $a \equiv -1[4]$

4) استنتاج باقي قسمة العدد $a^{2021} \times b^{1442}$ على 4 1 ن

لدينا: $a \equiv -1[4]$ يكافئ $a^{2021} \equiv (-1)^{2021}[4]$

بما أن العدد 2021 فردي فإن: $a^{2021} \equiv -1[4]$ أي: $a^{2021} \equiv 3[4] \cdots ❺$

لدينا: $a \equiv -1[4]$ يكافئ $a^{1442} \equiv (-1)^{1442}[4]$

بما أن العدد 1442 زوجي فإن: $a^{1442} \equiv 1[4] \cdots ❻$

نضرب الموافقة ❺ في الموافقة ❻ نجد: $a^{2021}\times a^{1442}\equiv 3\times 1[4]$

يكافئ $a^{2021}\times a^{1442}\equiv 3[4]$

ومنه باقي قسمة العدد $a^{2021}\times a^{1442}$ على 4 هو 3.

5 استنتاج أن: $a^{2021}+a^{1442}\equiv 0[4]$. 1 ن

بجمع الموافقة ❺ والموافقة ❻ نجد: $a^{2021}+a^{1442}\equiv 3+1[4]$ يكافئ $a^{2021}\times a^{1442}\equiv 4[4]$

وبما أن: $4\equiv 0[4]$ فإن (حسب خاصية التعدي): $a^{2021}+a^{1442}\equiv 0[4]$

حل التمـرين الثاني 06 ن

1 • تعيين الأساس r 1 ن

⋆ طريقة 1

بما أن u_n متتالية حسابية فإن: $\begin{cases} u_3=u_0+3r \\ u_{12}=u_0+12r \end{cases}$ وبالتعويض نجد: $\begin{cases} 1=u_0+3r\cdots(I) \\ 19=u_0+12r\cdots(II) \end{cases}$

بطرح (I) من (II) طرف لطرف ينتج: $(19-1)=(u_0-u_0)+(12-3)r$

أي: $18=9r$ ومنه: $r=\dfrac{18}{9}=2$.

⋆ طريقة 2

لدينا: $u_12=u_3+(12-3)r$ ومنه: $19=1+9r$ أي: $19-1=9r$ أي: $18=9r$ إذن: $r=\dfrac{18}{9}=2$

• تعيين الحد الأول u_0 0.5 ن

نعوض قيمة r في المعادلة (I) ينتج: $1=u_0+3\times 2$ أي $u_0=1-6$ إذن: $u_0=-5$.

2 • عبارة حد العام u_n بدلالة n: 1 ن

تعطى عبارة الحد العام u_n لمتتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r بالعلاقة التالية: $u_n=u_0+n\times r$

بعد التعويض والترتيب نجد: $u_n=2n-5$.

• حساب u_{18}: 0.5 ن

بالتعويض في عبارة الحد العام نجد: $u_{18}=2(18)-5=36-5=31$.

3 تعيين العدد الطبيعي n حتى يكون : $u_n=2021$ 1 ن

$u_n=2021$ تكافئ $2n-5=2021$ تكافئ $2n=2021+5$ تكافئ $2n=2026$ تكافئ $n=\dfrac{2026}{2}=1013$.

4 حساب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ **1 ن**

$$\begin{aligned} S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n &= (n+1)\left(\frac{u_0 + u_n}{2}\right) \\ &= (n+1)\left(\frac{-5+2n-5}{2}\right) \\ &= (n+1)\left(\frac{2n-10}{2}\right) = (n+1)\left(\frac{2(n-5)}{2}\right) = (n+1)(n-5) \end{aligned}$$

5 إستنتاج المجموع: $A = 31 + 33 + 34 + \cdots + 2021$ **1 ن**

$$\begin{aligned} A = 31 + 33 + 34 + \cdots + 2021 &= u_{1}8 + u_{1}9 + u_{20} + \cdots + u_{1013} \\ &= (1013 - 18 + 1)\left(\frac{31 + 2021}{2}\right) = 1021896 \end{aligned}$$

حل التمـرين الثالث **09 ن**

1 تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -2: $f(x) = 2 - \dfrac{2}{x+1}$: **0.5 ن**

⋆ طريقة 1

$$f(x) = \frac{2x+2}{x+2} = \frac{2x+2+4-4}{x+2} = \frac{2x+4-2}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} - \frac{2}{x+2} = 2 - \frac{2}{x+2}$$

⋆ طريقة 2

$$2 - \frac{2}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} - \frac{2}{x+2} = \frac{2x+4-2}{x+2} = \frac{2x+2}{x+2} = f(x)$$

أي $f(x) = 2 - \dfrac{2}{x+1}$

2 **أ** حساب النهايات

0.5 ن $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x+2}{x+2} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x}{x} = 2$

0.5 ن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x+2}{x+2} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x}{x} = 2$

إشارة المقام $x+2$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	

0.5 ن $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -2} f(x) = \lim\limits_{x \overset{<}{\to} -2} \dfrac{2x+3}{x+2} = \dfrac{-1}{0^-} = +\infty$

0.5 ن $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -2} f(x) = \lim\limits_{x \overset{>}{\to} -2} \dfrac{2x+3}{x+2} = \dfrac{-1}{0^+} = -\infty$

ب استنتاج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مع تعيين معادلة لكل منهما:

(التفسير الهندسي) **0.5 ن** + **0.5 ن**

◁ لدينا: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$.

ومنه المستقيم ذو المعادلة $y=2$ مستقيم مقارب أفقي للمنحنى (C_f) بجوار $(+\infty)$ وبجوار $(-\infty)$.

◁ ولدينا: $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-2} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2} f(x)=-\infty$ ومنه المستقيم ذو المعادلة $x=-2$ مستقيم مقارب عمودي للمنحنى (C_f).

3 • تعيين الدالة المشتقة f' للدالة f: 1 ن

الدالة f قابلة للإشتقاق على $]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$ و دالتها المشتقة f'

حيث: $f'(x)=\dfrac{(2x+2)'(x+2)-(x+2)'(2x+2)}{(x+2)^2}=\dfrac{2(x+2)-(2x+2)}{(x+2)^2}=\dfrac{2}{(x+2)^2}$

• دراسة إشارة $f'(x)$: 0.5 ن

بما أن: $(x+2)^2>0$ فإن إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة البسط ومنه $f'(x)>0$

• إتجاه تغير الدالة f 0.5 ن

إذن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجال $]-\infty;-2[$ والمجال $]-2;+\infty[$

4 جدول تغيرات f 0.5 ن

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2

5 تعيين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات:

• مع محور الفواصل: 0.5 ن

معناه $y=0$ معناه $f(x)=0$ معناه $\dfrac{2x+2}{x+2}=0$ معناه $2x+2=0$ معناه $2x=-2$ أي $x=-\dfrac{2}{2}=-1$.

وبالتالي المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة A حيث: $A(-1;0)$.

• مع محور التراتيب: 0.5 ن

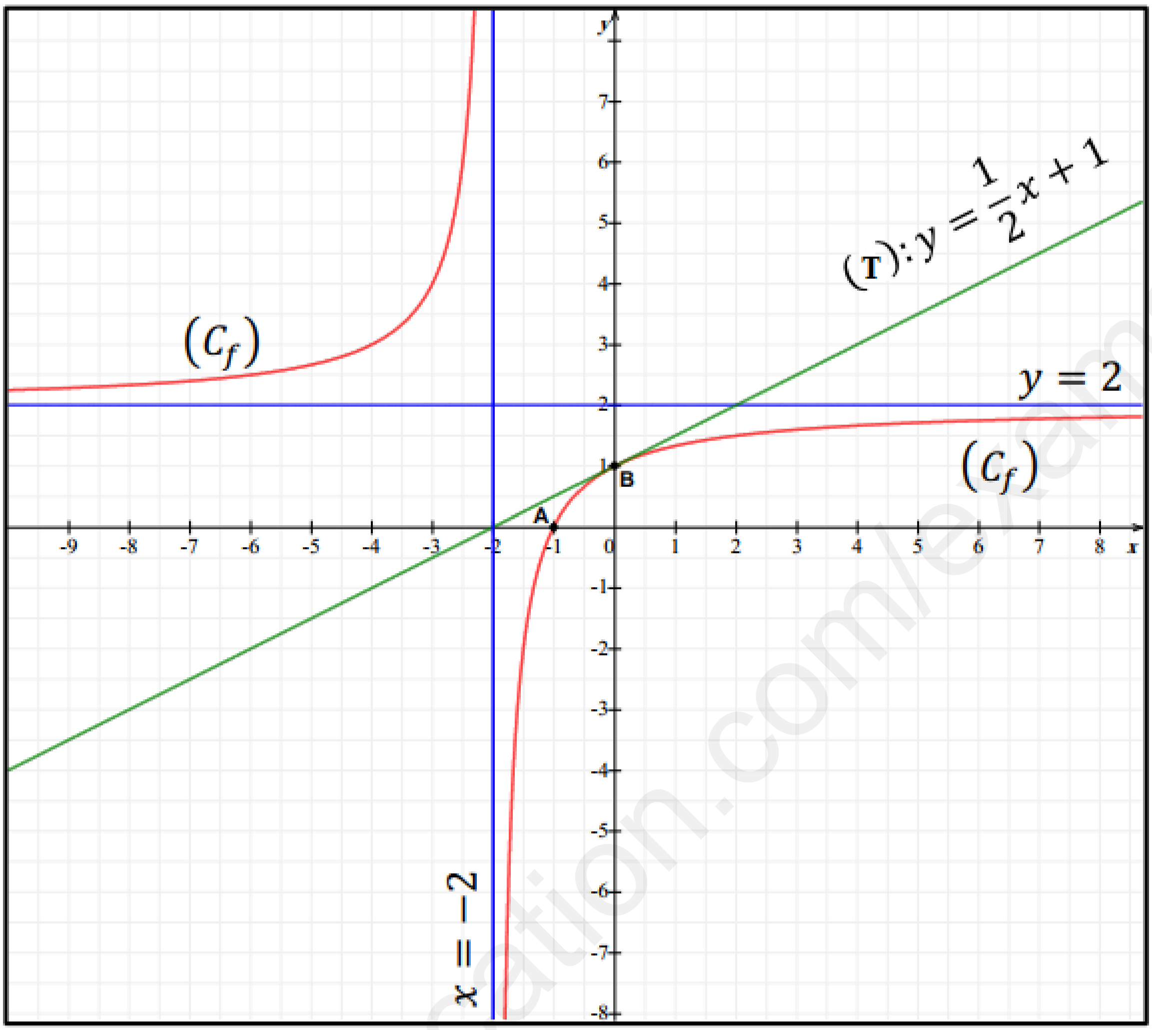
معناه $x=0$ أي نحسب: $f(0)$ ومنه: $f(0)=\dfrac{2(0)+2}{(0)+2}=\dfrac{2}{2}=1$

وبالتالي المنحنى (C_f) يقطع محور التراتيب في النقطة B حيث: $B(0;1)$.

6 كتابة معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0: 0.5 ن

$(T): f'(0)(x-0)+f(0)$ تكافئ $(T): \dfrac{1}{2}x+1$

7 إنشاء المماس (T) 0.5 ن والمنحنى (C_f): 0.5 ن



8 مناقشة تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$ 0.5 ن

- من أجل $m \in]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ يوجد حل وحيد.
- من أجل $m = 2$ لا يوجد حلول.

إنتهى تصحيح المــوضــوع الثاني