

4 - لتكن النقطة $A(5; 2; -1)$ من الفضاء .

أ/ احسب المسافة بين النقطة A وكلا من المستويين (P) و (Q) .

ب/ استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) .

التمرين الثالث : (7 نقاط)

(1) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كمايلي $g(x) = x^2 - 2 \ln x$

(أ) ادرس اتجاه تغيرات g .

(ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$

(2) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \frac{x^2 + 2 + 2 \ln x}{2x}$

(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (O, I, J) . وحدة الطول $2cm$

(أ) احسب نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$

(ب) بين ان للمنحنى البياني (C) مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = \frac{1}{2}x$

(ج) ادرس وضعية المنحنى (C) و المستقيم المقارب (Δ)

(أ) ادرس اتجاه تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها - (3)

(ب) اثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا α على المجال $]0, +\infty[$. تحقق ان α يحقق

$$0.34 < \alpha < 0.35$$

(ج) استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]0, +\infty[$

(4) - (أ) اثبت أن للمنحنى (C) مماسا يمر من المبدء $O(0,0)$. يطلب تعيين معادلته

(ب) بين أن للمنحنى البياني (C) مماس (D) يوازي المستقيم المقارب (Δ) . عين معادلته

(ج) أنشئ (Δ) و (D) و (C)

(د) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $mx - 1 - \ln x = 0$

التمرين الرابع : (3 نقاط)

1- أدرس حسب قيم n بواقي قسمة 3^n على 5.

2- u_0 و r عدنان طبيعيين غير معدومان . (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r .

عين u_0 و r علما أن u_0 و r أوليان فيما بينهما و $u_0^2 = u_{10} - u_1$.

3- نضع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ و $P_n = u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$

(أ) أحسب S_n و P_n بدلالة n .

(ب) عين العدد q بحيث $2P_q = (2014)!$ ثم تحقق أن : $3^q \equiv 2[5]$.

(ج) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث $2S_n + 3 \equiv 3^q[5]$ (علما أن n عاملي تعني $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$)

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (5 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ حيث وحدة الطول $1cm$.

1 - لتكن النقطتان $C; D$ لاحقتهما $c = 3; d = 1 - 3i$ على الترتيب S_1 التشابه الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' نظيرتها بالنسبة إلى محور الفواصل .

أ - علم النقط $C; D$ ثم $C_1; D_1$ صورتاهما على الترتيب بالتشابه S_1 .
ب - أكتب العبارة المركبة لتحويل S_1 .

2 - ليكن S_2 التشابه المباشر المعرف كما يلي $S_2(D_1) = D'; S_2(C_1) = C'$ حيث لاحقتي C' و D' هما $c' = 1 + 4i; d' = -2 + 2i$ على الترتيب .

- بين أن عبارة S_2 هي $z' = iz + 1 + i$ ثم استنتج عناصره المميزة .

3 - S التشابه المعرف بـ $S = S_2 \circ S_1$ أعط العبارة المركبة لـ S .

4 - (أ) ما هي صورة كل من النقطتين $C; D$ بالتشابه S .

(ب) لتكن H النقطة ذات اللاحقة h حيث $h - c = e^{\frac{\pi}{3}i}(d - c)$

بين أن المثلث CDH متقايس الأضلاع .

ج- H' صورة H بالتشابه S عين طبيعة المثلث $C'D'H'$ ثم أنشئ H' (دون حساب h') .

التمرين الثاني : (5 نقاط)

نعتبر في الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ النقط

$A(1; 0; 2); B(1; 1; 4); C(-1; 1; 1)$.

1 - (أ) أثبت أن النقط $A; B; C$ ليست في إستقامة .

(ب) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(3; 4; -2)$ عمودي على الشعاعين \vec{AB}, \vec{AC} .

(ج) أستنتج معادلة ديكرتية للمستوي (ABC) .

2- ليكن $(P_1), (P_2)$ المستويين المعرفين بالمعادلتين $2x + y + 2z + 1 = 0$ و $x - 2y + 6z = 0$

(أ) بين أن المستويين $(P_1), (P_2)$ متقاطعان في مستقيم (D) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .

(ب) هل المستقيم (D) و المستوي (ABC) متقاطعان أو متوازيان .

3 - ليكن t عدد حقيقي موجب كفي . نعتبر G_t مرجح النقط $A; B; C$ المرفقة بالمعاملات $1; 2; t$ على الترتيب

(أ) برر وجود النقطة G_t من أجل كل عدد حقيقي موجب t .

(ب) I مرجح النقطتين $A; B$ المرفقين بالمعاملين $1; 2$ على الترتيب . حدد إحداثيات I .

(ج) عبر عن الشعاع \vec{IG}_t بدلالة الشعاع \vec{IC} .

4- (أ) بين أن مجموعة النقط G_t لما يسمح t المجال $[0; +\infty[$ هي القطعة المستقيمة $[IC]$.

(ب) ما هي قيمة t التي يكون من أجلها G_t هو منتصف القطعة المستقيمة $[IC]$.

التمرين الثالث : (6,5 نقاط)

I- نعتبر الدالة $g(x)$ المعرفة R على بالعلاقة $g(x) = (x + 3)e^x - 1$

(1) احسب نهايتي الدالة g عند $+\infty$ و $-\infty$

(2) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها

(3) بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلا وحيدا α على المجال $[-0,80; -0,79]$. ثم استنتج اشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

II- لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة $f(x) = -x + (x + 2)e^x$

نسمي (C) المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس (O, I, J) . (الوحدة 2cm)

(1) احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

(2) استنتج أن للمنحنى (C) مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = -x$ بجوار $-\infty$

(3) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) و المستقيم (Δ)

(4) ادرس اتجاه تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها

(5) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0

(6) بين أن للمنحنى (C) مماسا (D) يوازي المستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلته

(7) أنشئ (T) ، (Δ) و (C) . (نأخذ $\alpha = -0.8$ و $f(\alpha) = 1.35$)

III- (1) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقاط تقاطع (C) و المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y + x + m = 0$

(2) بين ان الدالة f تقبل دالة اصلية F على \mathbb{R} ثم عين اتجاه تغيرات الدالة F . (لا يطلب حساب F)

(3) بين ان من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = g(x) + 1 - x - e^x$. ثم استنتج دالة اصلية F لدالة f على \mathbb{R}

التمرين الرابع : (3,5 نقاط)

1- أ) عين مجموعة الثنائيات $(x; y)$ من \mathbb{Z}^2 حلول المعادلة: $(E): 8x - 5y = 3$

ب) ليكن m عددا صحيحا بحيث توجد ثنائية $(p; q)$ من الأعداد الصحيحة تحقق:

$m = 5q + 4$ و $m = 8p + 1$ ، بين أن الثنائية $(p; q)$ هي حل للمعادلة (E) ثم استنتج أن: $m \equiv 9[40]$

ج) عين أصغر عدد طبيعي m أكبر من 2000 .

2/ ليكن k عددا طبيعيا .

أ) أثبت أنه من أجل عدد طبيعي k لدينا: $2^{3k} \equiv 1[7]$.

ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد $1997^{2014^{1435}}$ على 7 ؟

3/ ليكن a و b عددان طبيعيان أقل من أو يساوي 9 مع $a \neq 0$ ، ونعتبر العدد N حيث:

$N = a \times 10^3 + b$. علما أنه في النظام العشري العدد N يكتب $N = \overline{a00b}$.

نريد تعيين من ضمن هذه الأعداد الطبيعية N تلك التي تقبل القسمة على 7 .

أ) تحقق من أن: $10^3 \equiv -1[7]$.

ب) استنتج كل الأعداد الطبيعية N التي تقبل القسمة على 7 محدد علاقة التي يحققها a ، b .