مدرسة أشبال الأمة بالبليدة — السنة الدراسية: 2014

المستوى: 03 ثانوي — المدة : ساعتان

الشعبة : رياضيات

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول(03 نقاط): عين كل الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق: $\begin{cases} ab=54 \\ PGCD(a;b)=3 \end{cases}$.

التمرين الثاني(03 نقاط): n عدد طبيعي بحيث $n\geq 5$، نعتبر العددين $a=n^3-n^2-12n$ و $b=2n^2-7n-4$

1) بين أن $(n-4)$ يقسم كل من العددين a و b.

2) نضع $\alpha=2n+1$ ، $\beta=n+3$ و $PGCD(\alpha;\beta)=d$.

أ) بين أن : d يقسم 5 .

ب) بين أن: (5 يقسم α و β) تكافئ (5 يقسم $(n-2)$) .

3) بين أن العددين n و $2n+1$ أوليان فيما بينهما .

4) حدد حسب قيم العدد n : $PGCD(a;b)$.

التمرين الثالث(07 نقاط): I) لتكن g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=-x^2+4-4\ln x$.

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) عين اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,4<\alpha<1,7$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II) بفرض k وسيط حقيقي ، نعتبر الدالة f_k المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\begin{cases} f_k(x)=-x+e^{1-x} & ; \quad x<1 \\ f_k(x)=kx+1+4\dfrac{\ln x}{x} & ; \quad x\geq 1 \end{cases}$.

1) عين قيمة العدد k حتى تكون مستمرة عند $(+1)$.

2) نفرض $k=-1$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

أ) بين أن $\begin{cases} \dfrac{f_{-1}(x)-f_{-1}(1)}{x-1}=-1-\dfrac{e^{1-x}-1}{1-x} & ; \quad x<1 \\ \dfrac{f_{-1}(x)-f_{-1}(1)}{x-1}=-1+\dfrac{4}{x}.\dfrac{\ln x}{x-1} & ; \quad x>1 \end{cases}$.

أقلب الورقة من فضلك

ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f_{-1} عند $x_0=1$. ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) أ) احسب $f'_{-1}(x)$ من أجل $x<1$ ، ثم أثبت أن $f'_{-1}(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ من أجل $x\in]1;+\infty[$

ب)أدرس تغيرات الدالة f_{-1} وشكل جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

ج) بين أنه من أجل $x\in[1;+\infty[$، المستقيم (Δ)ذو المعادلة $y=-x+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

4) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الموازي للمستقيم (Δ) ، ثم أنشئ (T) ، (Δ) و (C_f). مع أخذ $f_{-1}(\alpha)=0,6$.

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f_{-1}(x)=-x+m$.

التمرين الرابع(07 نقاط):

عين الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

	أ	ب	ج
1) في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $e^{2x}-4e^{x}-5=0$ تقبل:	حلين	حلا وحيدا	لا تقبل حلول
2) $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{e^{2x-2}-1}{x-1}\right)$ تساوي:	$+1$	$+2$	$+\infty$
3) f و h دالتان معرفتان على الترتيب ب: $f(x)=\sqrt{x}$ و $h(x)=f(e^{2x}+1)$.	$h'(x)=\dfrac{e^{2x}}{2\sqrt{e^{2x}+1}}$	$h'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{e^{2x}+1}}$	$h'(x)=\dfrac{e^{2x}}{\sqrt{e^{2x}+1}}$
4) التقريب التآلفي للدالة f حيث $f(x)=e^{1-x}$ بجوار $+1$ هو:	$1-x$	$2-x$	$-x$
5) إذا كانت الدالة f حلا للمعادلة التفاضلية $3y'-2y+6=0$ حيث $f(0)=4$ فإن:	$f(x)=3e^{\frac{2}{3}x}+1$	$f(x)=e^{\frac{2}{3}x}+3$	$f(x)=2e^{\frac{2}{3}x}+2$
6) مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x-1)+\ln(x+1)\le\ln(e-1)-\ln\left(\dfrac{1}{e+1}\right)$ هي:	$S=[-e;e]$	$S=]0;e]$	$S=]1;e]$
7) مشتقة الدالة f حيث $f(x)=\ln(x^2)+(\ln x)^2$ هي:	$f'(x)=\dfrac{1+2\ln x}{x^2}$	$f'(x)=\dfrac{2(1+\ln x)}{x}$	$f'(x)=\dfrac{2(x+\ln x)}{x^2}$