الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثـــانوية جديوية الجديدة ـــ الحمادنة ـــ القطار .

مديرية التربية غليزان

دورة ماي 2015

الامتحان التجريبي لبكالوريا التعليم الثـانوي

الشعبة : ريـاضي ، تقني رياضي   اختبار في مادة : الرياضيات   المدة: 04 ساعـات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

ـــــ المـــوضـــوع الأول ـــــ

التمرين الأول : (04.5 نقـاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب: $Z_A=1$ ، $Z_B=3+4i$ ، $Z_C=2\sqrt{3}+i\left(-2-\sqrt{3}\right)$ و $Z_D=-2\sqrt{3}+i\left(-2+\sqrt{3}\right)$

1) أ - بين ان النقطة D هي صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه النقطة A وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

ب - استنتج ان النقطتين B و D تنتميان إلى دائرة (Γ_1) مركزها النقطة A يطلب تعيين نصف قطرها.

2) لتكن النقطة F صورة النقطة A بالتحاكي الذي مركزه النقطة B ونسبته $\frac{3}{2}$.

أ - بين ان لاحقة النقطة F هي العدد $Z_F=-2i$.

ب - بين ان النقطة F هي منتصف القطعة $[CD]$.

ج - بين ان: $\frac{Z_C-Z_F}{Z_A-Z_F}=-i\sqrt{3}$ ثم استنتج الشكل الأسي للعدد $\frac{Z_C-Z_F}{Z_A-Z_F}$.

د - استنتج من الأسئلة السابقة ان المستقيم (AF) هو محور القطعة $[CD]$.

هـ - حدد طبيعة المثلث BDC ثم احسب مساحته.

3) اعتمادا على النقط A ، B و F أنشئ النقطتين C و D.

التمرين الثاني: (04 نقـاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$. نعتبر المستقيمان (D) و (D') المعرفان بمعادلاتهما: $\frac{x-2}{3}=-y-1=z-3$ و $x+1=\frac{y}{2}=2-z$ على الترتيب.

1. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيمين (D) و (D').

2. بين أن المستقيمين (D) و (D') متقاطعان في نقطة A يطلب تعيين إحداثياتها.

3. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يحوي المستقيمين (D) و (D').

4. لتكن (S) سطح كرة تتقاطع مع المستويين ذا المعادلتين $y=0$ و $z=0$ على الترتيب وفق الدائرتين المعرفتين بـ: $\begin{cases}(x-1)^2+(z+6)^2=62\\ y=0\end{cases}$ و $\begin{cases}(x-1)^2+(y+2)^2=30\\ z=0\end{cases}$.

حدد الوضع النسبي لسطح الكرة (S) و المستوي (P)، ثم عين النقط المشتركة بينهما.

التمرين الثالث : (07 نقــاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1,+\infty[$ بـ: $g(x)=e^{\frac{x}{x+1}}$

1 . أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2 . بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1,+\infty[$ فإن: $0 \prec g(x) \prec e$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[-1,+\infty[$ بـ: $\begin{cases} f(x)=x+1-e^{\frac{x}{x+1}}; x\succ -1 \\ f(-1)=0 \end{cases}$

و ليكن C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$. ($\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$)

1. أ) بين أن الدالة f مستمرة عند (-1) .

ب) تحقق انه من اجل كل $x\succ -1$: $\dfrac{f(x)}{x+1}=1-\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{x}{x+1}e^{\frac{x}{x+1}}\right)$.

✓ أدرس قابلية الإشتقاق للدالة f عند (-1) .

ج) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني C_f عند النقطة ذات الفاصلة (-1) .

د) برهن أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x-e+1$ مقارب مائل للمنحني C_f .

✓ حدد الوضع النسبي للمنحني C_f و المستقيم المقارب المائل (Δ) .

2. أ) من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1,+\infty[$ ، احسب $f'(x)$ ثم تحقق أن: $f''(x)=\dfrac{2x+1}{(x+1)^4}e^{\frac{x}{x+1}}$.

✓ ادرس تغيرات الدالة f' .

ب) بين أن المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث: $-0.72\prec\alpha\prec -0.71$.

ج) استنتج إشارة $f'(x)$.

3. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4. انشئ C_f ، (T) و (Δ) في نفس المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$. (نأخذ: $f(\alpha)=0.2$)

التمرين الرابع : (04.5 نقــاط)

1. أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7 .

2. إستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2-4^{2015}+37\times 2015^{1436}-$ على 7.

3. (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_0=2$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=10u_n+9$.

✓ أحسب u_1 ، u_2 و u_3 .

✓ برهن بالتراجع أنه أجل كل عدد طبيعي n ، لدينا: $u_n=3\times 10^n-1$.

✓ استنتج كتابة u_n في النظام العشري. أعط قيمة u_9 .

✓ بين أنه أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم u_n أولي مع الأعداد 2 و 3 و 5.

✓ عين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون u_n قابلا القسمة على 7.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04.5 نقاط)

1) نعتبر المعادلة (E): $6x+7y=57$ حيث x و y عددان صحيحان .

✓ عين الثنائية $(2x_0,x_0)$ حل للمعادلة (E).

✓ حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .

2) الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O.\vec{i}.\vec{j}.\vec{k})$. نعتبر المستوي (P) ذو المعادلة: $6x+7y+8z=57$

و المستقيمان (D) و (D') المعرفان بالتمثيلان الوسيطيان: $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=2\end{cases}$ ، $(t'\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=t'\\y=-t'\\z=-2\end{cases}$ على الترتيب.

أ) بين أنه توجد نقطة وحيدة من المستوي (P) تنتمي إلى المستوي $(O.\vec{i}.\vec{j})$ إحداثياتها طبيعية، يطلب تعيينها.

ب) لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء و H المسقط العمودي للنقطة M على المستقيم (D) .

✓ بين أن: $\overrightarrow{MH}\left(\frac{-x+y}{2},\frac{x-y}{2},2-z\right)$ ثم استنتج MH^2 .

ج) K المسقط العمودي للنقطة M على (D') ؛ بين أن: $MK^2=\frac{(x+y)^2}{2}+(2+z)^2$

د) نسمي (Γ) مجموعة النقط M المتساوية البعد عن (D) و (D') .

تحقق أن: (النقطة M تنتمي إلى (Γ)) يكافئ ($z=-\frac{1}{4}xy$).

هـ) عين مجموعة النقط M تقاطع المستوي (oxy) والمجموعة (Γ) .

التمرين الثاني: (04.5 نقاط)

1) نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n\in N}$ المعرفة كمايلي: $U_0=3$ و $nU_n=(n+1)U_{n-1}+1$

⊲ أحسب $U_4;U_3;U_2;U_1$

⊲ انطلاقا من المعطيات الآتية أعط تخمين حول طبيعة المتتالية $(U_n)_{n\in N}$، ثم برهن صحة التخمين.

2) نعتبر المتتالية $(w_n)_{n\in N}$ المعرفة كمايلي: $w_0=1$ و $w_{n+1}=\sqrt{8w_n+9}$.

أ) برهن بالتراجع أنه، أجل كل عدد طبيعي n، $1\le w_n\le 9$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (w_n). ماذا تستنتج؟

ج) برهن أنه، من أجل كل عدد طبيعي n، $9-w_{n+1}\le\frac{8}{9}(9-w_n)$.

د) بين أنه، من أجل كل عدد طبيعي n، $0\le 9-w_n\le\frac{8^{n+1}}{9^n}$. استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} w_n$.

التمرين الثالث : (07 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على R^* بـ : $f(x)=1-\frac{\ln\left(x^2\right)}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$. ($\|\vec{i}\|=1cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$)

1. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
2. أحسب $f(x)+f(-x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
3. بين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-1<\alpha<-\frac{1}{2}$.
4. بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يشمل النقطة A $(0;1)$ ويمس (C_f) في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما.
5. أكتب معادلة المماس (T) ثم أنشئ (C_f) و (T).
6. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $\ln\left(x^2\right)+mx^2=0$.
7. احسب بـ (cm^2) ، مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات ذات المعادلات: $y=1$ ، $x=e$ و $x=1$.
8. لتكن الدالة g المعرفة على R بـ: $\begin{cases} g(x)=e^{f(x)}; x\in R^* \\ g(0)=0 \end{cases}$.

- احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ثم فسر هذه النتائج هندسيا.
- ادرس الإستمرار و قابلية الإشتقاق للدالة g عند $x=0$ ثم فسر هذه النتائج هندسيا.
- شكل جدول تغيرات الدالة g ثم أنشئ (C_g) المنحني الممثل للدالة g .

التمرين الرابع : (04 نقاط)

1) ليكن العدد المركب β حيث: $\beta=4\sqrt{2}(1+i)$

- ✓ اكتب β على الشكل المثلثي .
- ✓ حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول z التالية: $(1)\ldots\ldots z^3=\beta$
- ✓ لتكن z_1 ، z_2 و z_3 حلول المعادلة (1) برهن ان: $\frac{z_1\times z_2}{z_3^{\,2}}=\frac{z_2\times z_3}{z_1^{\,2}}=\frac{z_1\times z_3}{z_2^{\,2}}$

2) المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. لتكن النقط A ، B ، C ، D و H لواحقها على الترتيب: $Z_A=\alpha$ ، $Z_B=1+\frac{\alpha-1}{\alpha}i$ ، $Z_C=i\alpha$ ، $Z_D=-\frac{1}{\alpha}i$ و $Z_H=1+Z_D$

حيث: α عدد حقيقي موجب تماما يختلف عن 1.

- ✓ تحقق أن: $Z_B-Z_D=\overline{Z_D}(Z_A-Z_C)$ ، ثم بين أن $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(Z_B-Z_D)\right)^{2016}=iZ_A\times Z_D$.
- ✓ استنتج أن المستقيمين (BD) و (AC) متعامدان.
- ✓ عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول A إلى B و يحول C إلى D ، ثم جد عناصره المميزة.
- ✓ بين أن المثلثين OAC و BHD متشابهان، ثم جد علاقة بين مساحتيهما.

3) عين مجموعة النقط M التي لواحقها Z التي تحقق: $\arg\left(\overline{Z}+i\alpha\right)=-\arg\left(Z_A-Z_C\right)+2\pi k$ مع $k\in\mathbb{Z}$.