الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية لولاية باتنة — **مديرية التربيةلولاية باتنة**

امتحان الباكالوريا التجريبي — **ثـــانوية معجوج العمرى بريكـة**

شعبة رياضيـــــــات — **دورة ماي 2015**

إختبار في مادة الرياضيات — **المدة : 4 ساعات ونصف**

على كل مترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين .

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E): 5x-6y=3$

1- أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (E) فإن x مضاعف للعدد 3.

ب) استنتج حلا خاصا للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

ج) استنتج حلول الجملة (S) : $\begin{cases} x \equiv -1[6] \\ x \equiv -4[5] \end{cases}$

2- عين كل الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) التي تحقق : $x^2 - y^2 \le 56$.

3- a و b عددان طبيعيان حيث :

$a = \overline{1\alpha0\alpha00}$ في النظام ذو الأساس 3 و $b = \overline{\alpha\beta0\alpha}$ في النظام ذو الأساس 5.

عين α و β حتى تكون الثنائية $(a;b)$ حلا للمعادلة (E) .

التمرين الثاني :(05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط B, A و I التي لواحقها على الترتيب ، $z_A=-2$ ، $z_B=-1+i$ و $z_I=i$.

من أجل كل عدد مركب z حيث $z \neq -2$ نضع : $z' = \dfrac{iz+i+1}{z+2}$

حيث M صورة العدد المركب z و M' صورة العدد z' .

1- أ) تحقق من أن : $z' = \dfrac{i(z+1-i)}{z+2}$.

ب) بين أنه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى محور القطعة $[AB]$ فان النقطة M' تنتمي إلى دائرة (C) يطلب تعيين عناصرها .

ج) عين طبيعة (E) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي بحيث يكون z' تخيلا صرفا.

2- أ) تحقق من أنّ : $z'-i = \dfrac{1-i}{z+2}$.

ب) استنتج أنّ : $IM' \times AM = \sqrt{2}$ وان $(\vec{u},\overrightarrow{IM'}) + (\vec{u},\overrightarrow{AM}) \equiv -\dfrac{\pi}{4}[2\pi]$.

ج) بين أنّه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى الدائرة (Γ) ذات المركز A ونصف القطر 1 فان النقطة M' تنتمي إلى مجموعة يطلب تعيينها .

3- لتكن النقطة E ذات اللاحقة $z_E = -\dfrac{3}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

أ) بين أن النقطة E تنتمي إلى (Γ) ثم بين أن $(\vec{u},\overrightarrow{AE}) \equiv \dfrac{\pi}{3}[2\pi]$.

ب) باستعمال نتائج السؤال 2) أنشئ النقطة E' المرفقة بالنقطة E .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A\left(3;-2;2\right)$، $B\left(6;1;5\right)$ و $C\left(6;-2;-1\right)$ و المستوي $(P): x+y+z-3=0$

1) برهن أن المثلث ABC قائم.
2) برهن أن المستوي (P) عمودي على المستقيم (AB) ويمر من النقطة A.
3) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P') المستوي العمودي على (AC) و المار من النقطة A.
4) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع كلا من المستويين (P) و (P').
5) أ) نعتبر النقطة $D\left(0;4;-1\right)$. بين أن المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC).
ب) أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.
ج) بين أن قيس الزاوية $\widehat{BDC}$ هو $\frac{\pi}{4}\text{rad}$.
د) أحسب مساحة المثلث BDC ثم استنتج المسافة بين النقطة A و المستوي (BDC)

التمرين الرابع: (06 نقاط)

الجزء الاول: لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x+2\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g
2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,70<\alpha<0,71$
3) استنتج اشارة $g(x)$ عندما يتغير x في المجال $]0,+\infty[$

الجزء الثاني : نعرف الدالة f على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x-1+(\ln x)^2$

نسمي (C_f) النحنى الممثل لها في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) احسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف .
2) احسب عبارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها
3) حل في المجال $]0,+\infty[$ المعادلة $f(x)=x$ ثم استنتج عدد نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم (Δ) المنصف الاول ذي المعادلة $y=x$
4) استنتج الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ)
5) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1
6) اثبت ان: $f(\alpha)=\frac{\alpha^2+4\alpha-4}{4}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ حيث α هو حل المعادلة $g(x)=0$
7) احسب $f(0,48)\times f(0,49)$ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C_f). ثم ارسم $(C_f);(\Delta);(T)$
8) لتكن الدالة H المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $H(x)=x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$.
أ) بين ان الدالة H دالة اصلية للدالة h حيث : $h(x)=(\ln x)^2$ عل المجال $]0,+\infty[$
ب) احسب ب cm^2 المساحة S للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :
$x=e; x=e^{-1}; y=x$
9) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة ذات المجهول x التالية :
$(\ln x)^2-1-m$ $=0$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $(E): z^3+2z^2-16=0$

1- بين أن العدد 2 هو حل للمعادلة (E) ثم عين العددين الحقيقيين b,a بحيث يكون من أجل كل عدد مركب z، $z^3+2z^2-16=(z-2)(z^2+az+b)$.

2- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E).

3- في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط B, A و D التي لواحقها على الترتيب : $z_A=-2-2i$, $z_B=2$ و $z_D=-2+2i$.

أ) أكتب العددين المركبين z_A و z_B على الشكل الأسي.

ب) علم النقط B, A و D ثم عين z_C لاحقة النقطة C بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

ج) عين z_E لاحقة النقطة E صورة النقطة C بالدوران R_1 الذي مركزه النقطة B وزاويته $-\dfrac{\pi}{2}$.

د) عين z_F لاحقة النقطة F صورة النقطة C بالدوران R_2 الذي مركزه النقطة D وزاويته $\dfrac{\pi}{2}$.

ه) تحقق من أنّ : $\dfrac{z_F-z_A}{z_E-z_A}=i$ ثم استنتج طبيعة المثلث AEF.

4- عين طبيعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث ، $|z-6|=|z+4-6i|$.

التمرين الثاني :(04 نقاط)

ليكن N عدد صحيح نسبي حيث ، $(S):\begin{cases} N\equiv 1[17] \\ N\equiv 5[13] \end{cases}$.

1- تحقق أن العدد 239 حل للجملة (S).

2- ليكن N عدد صحيح نسبي وهو حل للجملة (S).

أ) برهن أنه يمكن كتابة N على الشكل : $N=1+17x=5+13y$ حيث الثنائية $(x;y)$ هي حل للمعادلة $(E):17x-13y=4$.

ب) حل في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $(E):17x-13y=4$.

3- استنتج أنه يوجد عدد صحيح نسبي k بحيث : $N=18+221k$.

4- برهن أنّ : $\begin{cases} N\equiv 1[17] \\ N\equiv 5[13] \end{cases}$ يكافئ $N\equiv 18[221]$. ثم عين N.

التمرين الثالث :(04 نقاط) الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

1) نعتبر المستوي (p) الذي يشمل النقطة $B(1,-2,1)$ و الشعاع $\vec{n}(-2,1,5)$ ناظمي له و المستوي (R) الذي معادلته $x+2y-7=0$.

أ) بين ان المستويين (p) و (R) متعامدان

ب) برهن ان تقاطع المستويين (p) و (R) هو المستقيم (D) المار من النقطة $C(-1,4,-1)$ و $\vec{u}(2,-1,1)$ شعاع توجيه له

ت) احسب d_3, d_2, d_1 المسافات بين النقطة $A(5,-2,-1)$ و المستويات (p) و (R) و (D) على الترتيب

2) لتكن النقطة $M(1+2t,3-t,t)$ حيث t عددحقيقي وتعرف على $\mathbb{R}$ الدالة φ كم يلي

$$\varphi(t)=\sqrt{6t^2-24t+42}$$

أ) اثبت ان $AM=\varphi(t)$

ب) ادرس تغيرات الدالة φ

ت) استنتج ان المسافة بين A و (D) هي $3\sqrt{2}$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=e^x-x-1$.

1- أدرس تغيرات الدالة g.

2- عين إشارة $g(x)$ عندما يتغير x في المجال

3- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\in[0;+\infty[$ ، $e^x-x>0$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;1]$ بما يلي : $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f على المجال $[0;1]$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- نقبل أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;1]$.

2- بين أنه من أجل $x\in[0;1]$ فان $f(x)\in[0;1]$.

3- نعتبر المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$.

أ) بين أنه من أجل $x\in[0;1]$ ، $f(x)-x=\dfrac{(1-x)\times g(x)}{e^x-x}$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ) على المجال $[0;1]$.

4- أ) عين دالة أصلية للدالة f على المجال $[0;1]$.

ب) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1, x=0$.

III. نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة على المجموعة $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=\dfrac{1}{2}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$.

1- باستعمال المنحني (C_f) و المستقيم (Δ) **الموجودين على الملحق** مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

2- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $\dfrac{1}{2}\le u_n\le u_{n+1}\le 1$.

3- استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة ثم عين نهايتها .

مع تمنياتنا لكم بالنجاح في البكالوريا