الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

المفتشية العامة للبيداغوجيا — المقاطعة التفتيشية لولاية عين الدفلى الشرقية
امتحان بكالوريا تجريبي — دورة ماي 2015
الشعبة : رياضيات

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 4 ساعات و 30د

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

## الموضوع الأول

### التمرين الأول : 03 نقاط

$a$ ، $b$ و $n$ أعداد طبيعية بحيث : $a = 3n+2$ و $b = 2n+1$.

1/ أثبت أن $a$ و $b$ أوليان فيما بينهما.

2/ لتكن في $Z \times Z$ المعادلة ذات المجهول $(x, y)$ : $3x - 4y = 304$ ............$(1)$

أ- عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث يكون $(a, b)$ حلا للمعادلة (1).

ب- استنتج حلا خاصاً للمعادلة (1) .

جـ- بيّن أنّه اذا كان $(x, y)$ حل للمعادلة (1) فإنّ $3(x-908) = 4(y-605)$، ثمّ استنتج الأزواج $(x, y)$ حلول المعادلة (1)

3/ عين الزوج الطبيعي $(x_0, y_0)$ الذي يحقق الجملة $\begin{cases} 3x_0 - 4y_0 = 304 \\ ppcm(x_0, y_0) = 2333856 \end{cases}$

### التمرين الثاني : 05 نقاط

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$

1/ حل في C المعادلة : $(z^2+1)(z^2 - 2 - 2i\sqrt{3}) = 0$

2/ نعتبر النقط D ، C، B، A لواحقها $z_A = \sqrt{3}+i$ ; $z_B = \sqrt{3}-i$ ; $z_C = i$ ; $z_D = 1$

أ/ اكتب كل من $z_C, z_B, z_A$ و $\frac{z_A}{z_B}$ على شكلها الأسي.

ب/ استنتج قيساً للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA})$ و طبيعة المثلث OAB.

ج/ عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ تخيلياً صرفاً موجباً.

3/ أ- عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحقق $S(A) = A$ و $S(B) = C$ محددا عناصره المميزة.

ب- عين و أنشئ القطعة $[B'C']$ صورة القطعة المستقيمة $[BC]$ بالتشابه S مستنتجا مساحة المثلث $AB'C'$ .

4/ عين (E) مجموعة النقط $M$ من المستوي صور العدد المركب $z$ حيث: $z = -1-2i-ke^{i\frac{\pi}{4}}$ مع $k \in \Re$، ثم بين أن D تنتمي إلى (E).

### التمرين الثالث : 04 نقاط

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;3;4)$ و $B(-1;4;4)$ و $C(3;1;2)$

1/ أ/ أثبت أنّ النقط $A$ ، $B$ و $C$ ليست في استقامية.

ب/ أثبت أنّ الشعاع $\vec{n}(1;2;-1)$ ناظم للمستوي $(ABC)$ ثم عين المعادلة الديكارتية لهذا المستوي.

2/ $(P)$ مستوي تمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x = 1 + 2m + t \\ y = 1 + m \\ z = 5 + m + t \end{cases}$ $m \in \Re$ ، $t \in \Re$

أ/ أكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(P)$، ثم بين أن $(P)$ و $(ABC)$ متعامدان.

ب/ أكتب تمثيلا وسيطياً للمستقيم $(\Delta)$ تقاطع المستويين $(P)$ و $(ABC)$.

3/ $D(3,1,1)$ نقطة من الفضاء.

أ/ عين $d_1$ بعد النقطة D عن المستوي $(P)$ و $d_2$ بعد النقطة D عن المستوي $(ABC)$.

ب/ استنتج $d_3$ بعد النقطة D عن المستقيم $(\Delta)$.

4/ نعتبر الدائرة $(C)$ المعرفة كما يلي : $\begin{cases} z = 0 \\ x^2 - 2x + y^2 - 4y + 1 = 0 \end{cases}$

أكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة $(S)$ التي تحوي الدائرة $(C)$ و مركزها $\Omega$ ينتمي إلى $(P)$.

التمرين الرابع : 08 نقاط

الجزء الأول :

$g$ دالة عددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة على $\Re$ كما يلي : $g(x) = e^{-x} + x - 1$

1/ أدرس تغيرات الدالة $g$ و احسب $g(0)$.

2/ استنتج اشارة $g(x)$ على $\Re$ وأنه من أجل كل $x \in \Re$ يكون $e^{-x} + x \geq 1$.

الجزء الثاني :

$f$ دالة المعرفة على $\Re$ بـ : $f(x) = \dfrac{x}{x + e^{-x}}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ بين أنه من أجل كل $x \in \Re^*$ $f(x) = \dfrac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$.

2/ أحسب نهايات الدالة $f$ عند حدود مجال التعريف، ثم فسر النتائج بيانيا .

3/ بين أنه من أجل كل $x \in \Re$ $f'(x) = \dfrac{x+1}{e^x(x + e^{-x})^2}$ ، ثم أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ مشكلاً جدول تغيراتها.

4/ أ/ عين معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلته 0.

ب/ بين أنه من أجل كل $x \in \Re$ $f(x) - x = \dfrac{-xg(x)}{x + e^{-x}}$.

جـ/ أدرس اشارة الفرق $f(x) - x$ مستنتجاً الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ و المستقي $(\Delta)$.

5/ أنشئ $(\Delta)$ و $(C_f)$ .

6/ نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $\Re$ بـ : $h(x) = f(|x|)$ نرمز بـ $(C_h)$ إلى منحنى الدالة $h$ في نفس المعلم السابق.

أ/ بين أن الدالة $h$ زوجية، ثم بين كيف يمكن رسم $(C_h)$ انطلاقاً من $(C_f)$ في نفس المعلم.

ب/ $m$ وسيط حقيقي . ناقش بيانيا وحسب قيم $m$ عدد حلول المعادلة : $h(x) = h(m)$

الجزء الثالث :

نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \quad ; n \in N \end{cases}$

1/ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ يكون لدينا $0 \leq u_n \leq 1$ .

2/ بين أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة .

3/ استنتج تقارب المتتالية $(u_n)$ ، ثم حدد نهايتها.

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول : 3,5 نقطة**

نعتبر في معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(1,0,2)\ ;\ B(1,1,4)\ ;\ C(-1,1,1)$

1. بين أن النقط $A$ ، $B$ و $C$ ليست في استقامية.
2. ليكن $\vec{n} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$

- بين أن $\vec{n}$ عمودي على كل من $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$، ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

3. $\alpha$ عدد حقيقي موجب تماما نعتبر النقطتين I و G بحيث :

I مرجح الجملة $\{(A,1),(B,2)\}$ و $G_\alpha$ مرجح الجملة $\{(A,1),(B,2),(C,\alpha)\}$ .

أ.د اجـ إحداثيي النقطة I ثم عبر عن الشعاع $\overrightarrow{IG_\alpha}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{IC}$.

ب. بين أنه عندما يمسح $\alpha$ المجموعة $\mathfrak{R}_+^*$، النقطة $G_\alpha$ تمسح إلى القطعة $\overrightarrow{IC}$ بإستثناء النقطتين I و C.

ج. من أجل أي قيمة للوسيط $\alpha$ تنطبق النقطة $G_\alpha$ على منتصف القطعة $[IC]$

**التمرين الثاني : 4,5 نقطة**

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(0;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقطتين A و $B$ لاحقتاهما على الترتيب $1-i$ , $7+\frac{7}{2}i$

1/ ليكن $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة $4x+3y=1$

- بين ان مجموعة النقط من $(\Delta)$ التي احداثياتها أعداد صحيحة هي مجموعة النقط $M_k\ (3k+1,-4k-1)$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ .

2/ عين نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه A و يحول النقطة $B$ إلى النقطة $M_{-1}$

3/ ليكن S تحويل نقطي يحول النقطة $M(z)$ إلى النقطة $M'(z')$ بحيث : $z' = \frac{2}{3}i.z + \frac{1}{3} - \frac{5}{3}i$

- عين صورة النقطة A بالتحويل S ، ثم عين الطبيعة والعناصر المميزة لهذا التحويل.

4/ نضع $B_1 = S(B)$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم: $B_{n+1} = S(B_n)$

أ/ احسب الطول $AB_n$ بدلالة $n$، ثم عين الأعداد الطبيعية $n$ التي تكون من أجلها النقط $A$ , $B_1$ , $B_n$ في استقامية.

ب/ إبتداءاً من أي رتبة النقط $B_n$ تكون خارج القرص الذي مركزه $A$ ونصف قطره $\frac{1}{10^2}$ ؟

**التمرين الثالث : 05 نقاط**

الجزء الأول :

1/ نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $[0;10]$ كما يلي : $f(x) = \frac{8x-6}{x+1}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$

- ادرس تغيرات الدالة $f$ ثم أنشئ $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x$ .

2/ نعرف المتتالية $(u_n)$ كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 9 \\ u_{n+1} = f(u_n) \quad ; n \in N \end{cases}$ .

أ/ على الورقة المليمترية وباستعمال المنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$، مثل على محور الفواصل الحدود الربعة الأولى للمتتالية $(u_n)$.

ب/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية $(u_n)$

3/ أ/ برهن بالتراجع أنه : من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ : $u_{n+1} < u_n$ و $6 \le u_n$

ب/ استنتج رتابة و تقارب المتتالية $(u_n)$، ثم احسب $lim\, u_n$.

جـ / بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، لدينا $(u_{n+1}-6)<\frac{2}{7}(u_n-6)$ .

د/ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، لدينا $(u_n-6)<\left(\frac{2}{7}\right)^n(u_0-6)$ .

الجزء الثاني : لتكن $(v_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\frac{u_n-6}{u_n-1}$ .

1/ بين أن المتتالية $(v_n)$ هندسية، يطلب أساسها و حدها الأول

2/ أكتب $v_n$ ثم $u_n$ بدلالة $n$ .

3/ بسط العبارة $p_n=ln(v_0\times v_1\times.......\times v_n)$ ، ثم أحسب نهايتها لما يؤول $n$ إلى $+\infty$ .

التمرين الرابع : 07 نقاط

الجزء الأول :

$f$ دالة عددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة على $\Re_+^*$ كما يلي : $f(x)=x(ln\,x)^2-2x\,ln\,x+2x-2$

نرمز بـ$(C)$ إلى منحنى الدالة $f$ في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس$(o,\vec{i},\vec{j})$. $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2\ cm$

1/ أ/ أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب/ بيّن أنّ : $\lim_{x\xrightarrow{>}0} x(ln\,x)^2=0$ ثم استنتج $\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$

جـ/ بين أنه من أجل كل $x\in\Re_+^*$ $f'(x)=(ln\ x)^2$ .

د/ أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ مشكلاً جدول تغيراتها.

2/ أ/ عيّن معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1.

ب/ أدرس وضعية $(C)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ ، ثم استنتج أنّ $(C)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

3/ أحسب $f(0,2)$ , $f(0,3)$ , $f(0,5)$ , $f(3)$ ، ثم انشئ المنحنى $(C)$ و المستقيم $(\Delta)$.

4/ أثبت أنّ المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلاً وحيداً $\alpha$ حيث : $2,9\prec\alpha\prec 3$ .

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $h(x)=ln\,x$

1/ أنشئ $(C_h)$ منحنى الدالة $h$ في معلم آخر.

2/ باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن الدالة الأصلية للدالة $x\mapsto ln\,x$ على المجال $]0,+\infty[$ هي الدالة $x\mapsto -x+x\,ln\,x$

3/ عين دالة أصلية للدالة $x\mapsto (ln\ x)^2$ على المجال $]0,+\infty[$ و التي تنعدم عند القيمة 1.

4/ أحسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_h)$ ومحور الفواصل و المستقيمين ذوي المعادلتين $x=1$ و $x=e$

5/ أ/ أحسب $V(a)$ حجم المجسم الدوراني الناتج عن دوران المنحنى $(C_h)$ حول محور الفواصل و المحدد على المجال $[1;a]$ .

ب/ عين قيمة العدد $a$ التي من أجلها يكون $V(a)=8\pi cm^2$.

تمنياتنا لكم بالتوفيق والنجاح في البكالوريا