اختبار الثلاثي الأول لمادة الرياضيات 03

التمرين الأول : (6ن)

I) 1. f دالة معرفة على $\Re$ بـ : $f(x)=\frac{3(x-1)^3}{3x^2+1}$

بين أن : $f(x)=ax+b+\frac{cx}{3x^2+1}$ حيث a, b, c أعداد حقيقية يطلب تعيينها ، أحسب $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$.

2. أ) شكل جدول تغيرات الدالة f ، بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-3$ مقارب لـ(Cf)

أدرس وضعية (Cf) بالنسبة إلى (Δ).

ب) بين أن للمعادلة $f(x)=1$ حلا وحيدا α في $\Re$.

بين ان $f(-x)+f(x)=-6$ ماذا تستنتج ؟ ارسم (Cf).

3. g دالة معرفة على $\Re$ بـ : $g(x)=\frac{3(\sin x-1)^3}{3\sin^2 x+1}$

أ. بين أن g مركب دالتين إحداهما f ثم استنتج $g'(x)$.

شكل جدول تغيرات الدالة g على $[-\pi,\pi]$ ثم نشيء (Cg).

التمرين الثاني : (3ن)

نعتبر المعادلة التفاضلية $(1) y'=y^2+2y$

I) 1. تحقق ان o حلا للمعادلة (1)

2. نفرض أن $y\neq 0$ و نضع $z=\frac{1}{y}$

أ. بين ان المعادلة (1) تكافئ المعادلة : $z'=-2z-1$ (2)

ب. حل للمعادلة (2) ثم استنتج حلول المعادلة (1)

II) g دالة معرفة $]-1,1[$ و g' دالتها المشتقة على $]-1,1[$ تحقق $g'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $g(0)=0$

نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\pi,0[$ بـ $h(x)=g(\cos x)$

1. برهن أن من اجل كل $x\in]-\pi,0[: h'(x)=1$

2. احسب $h(-\frac{\pi}{2})$ ثم عين عبارة $h(x)$

التمرين الثالث : (7 ن)

المستوى منسوب إلى معلم م م $(o,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $4cm$)

I) f دالة معرفة على $[0,+\infty[$ بـ : $x>0$: $\begin{cases} f(x)=x\ln(\frac{x+2}{x}) \\ f(0)=0 \end{cases}$

1) أ. ادرس استمرارية و قابلية الاشتقاق الدالة f عند 0 . فسر النتيجة هندسيا .

ب. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ. احسب $f'(x)$ من اجل كل $x\in]0,+\infty[$ ثم تحقق أن $f''(x)=-\frac{4}{x(x+2)^2}$

ب. أدرس تغيرات الدالة f' أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة $f'(x)$

ج. شكل جدول تغيرات الدالة f .

عين معادلة المماس (Δ) لـ(Cf) عند النقطة A التي فاصلتها 2. أرسم (Δ) لـ(Cf)

II) g دالة معرفة على $[0,+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{2x}{x+2}$

1) شكل جدول تغيرات الدالة g

2) تحقق أنه من أجل كل $f(x)-g(x)=xf'(x)$ استنتج الوضعية النسبية لـ (Cf) و (Cg) ثم أرسم (Cg)

3) λ عدد حقيق موجب تماما

بين أن المماس لـ(Cf) عند النقطة التي فاصلتها λ يقطع محور التراتيب عند النقطة I ترتيبها $g(\lambda)$

التمرين الرابع : 4 ن

الهدف من هذا التمرين هو إيجاد عدد حلول المعادلة $(E): x^2+(1-e^2)xe^x-e^{2+2x}=0$

1) أ) نضع $X=\frac{x}{e^x}$

بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة : (E_1): $X^2+(1-e^2)X-e^2=0$

ب) عين X_1 و X_2 حلي للمعادلة (E_1) ، ثم استنتج أنه إذا كان x حلا للمعادلة (E) فإنه يحقق : $x=-e^{g(x)}$ أو $x=e^{h(x)}$ حيث h و g دالتان يطلب تعيينهما .

2) المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ ، (C) منحنى الدالة $x\mapsto e^x$

أ) ارسم في نفس المعلم (C_1) منحنى الدالة $x\mapsto -e^x$ و (C_2) منحنى الدالة $x\mapsto e^{x+2}$ (انطلاقا من المنحنى (C).

ب) استنتج بيانيا عدد حلول المعادلة (E) ثم عين حصرا سعته 10^{-1} للحل .

بالتـــــــــوفيق