مديريـــة التربيـــة لولايـــة المديـــة	ثانوية فارس بن
مهل الشهبـونـيـــة	
المستوى : $\overline{11}^2$ تقني رياضي + $\overline{11}^2$ رياضي	يوم: الإثنين $\overline{32}^9$ فيفري $\overline{2680}^9$

إختبـار الفصل الثاني في مادة الرياضيات — المدة : $\overline{143}^9$ دقيقة

التمرين الأول: (5 ن)

1. أدرس حسب قيم n الطبيعية بواقي قسمة العدد 3^n على 10
2. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $2013^{16n+2} - 2\times 109^{8n+1} - 11 \equiv 0[10]$
3. عيّن الأعداد الطبيعية n حيث : $7\times 3^{n+1} - 1 \equiv 0[10]$ و $10 \prec n \leq 25$
4. ليكن العدد A مكتوب $\overline{xx02102}$ في النظام ذي الأساس 3 و مكتوب $\overline{y67y}$ في النظام ذي الأساس 9

أ) عيّن x و y

ب) أكتب A في النظام العشري

جـ) أكتب A في النظام ذي الأساس 7

التمرين الثاني:(5 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر المجموعة (S) للنقط $M(x,y,z)$ حيث: $x^2+y^2+z^2-4y-5=0$.

1. بيّن أنّ (S) سطح كرة يُطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها.
2. نعتبر المستوي (Q) المعرف بالمعادلة: $2x-2y+z-2=0$.

أ) حدّد الوضع النسبي للمستوي (Q) وسطح كرة (S). .

ب) بيّن أنّ نقط تقاطع المستوي (Q) والسطح الكروي (S) هو دائرة يُطلب تحديد مركزها ونصف قطرها.

3. نعتبر المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة: $2m\,x+(1-2m)\,y+m\,z+1-2m=0$ حيث m عدد حقيقي.

أ) ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(0,-1,0)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(1,0,-2)$.

بيّن المستقيم (Δ) محتوى في المستوي (P_m). .

ب) حدّد قيمة العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) مماسًا للسطح كرة (S). .

أ) حدّد قيمة العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) عمودي على المستوي (Q). .

التمرين الثالث:(10ن)

I) f الدالة المعرّفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=-x+2+2\ln(x+1)$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. عين $\lim_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2. بين أن المنحنى (C_f) الممثل للدالة f لا يقبل مقاربا مائلا عند $+\infty$.

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

4. أثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل (Δ) مماسا معامل توجيهه 1 ، يطلب كتابة معادلة له .

5. (Δ_λ) مستقيم معادلته $y=\lambda x+2\lambda$ ، λ وسيط حقيقي .

- بين أنّه مهما يكن λ من $\mathbb{R}$ فإن : (Δ_λ) يشمل نقطة واحدة يطلب تعيين إحداثيتيها .

6. أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة F ذات الفاصلة α حيث : $5\langle\alpha\langle 6$.

ب) هل (C_f) يقطع محور الفواصل على المجال $]-1;1[$ ؟

7. أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

II) نعتبر الدالة g المعرّفة على $]-1;1[$ كما يلي : $g(x)=|x|+2+2\ln(1-|x|)$.

1. أ) أثبت أن الدالة g زوجية .

ب) بين أن المنحنى (C_g) يقبل مماسين متعامدين يطلب تعيين معادلتيهما .

2. أنشئ المنحنى (C_g) الممثل للدالة g باستعمال المنحنى (C_f) .

أساتذ ة المادة : مالجي // سي محمد

بالتوفيق في بكالوريا 2016

حل التمرين الأول :(05 نقاط)

1. دراسة بواقي قسمة العدد 3^n على 10

01........

$n=$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
$3^n\equiv .[10]$	1	3	9	7

2. إثبات أنّ

$$2013^{16n+2}-2\times109^{8n+1}-11\equiv0[10]$$

$2013\equiv3[10]$ معناه : $2013^{16n}\equiv1[10]$

$$2013^{16n+2}\equiv2013^{16n}\times2013^2[10]$$

$$\equiv3^2[10]\equiv9[10]$$

و لدينا : $109\equiv3^2[10]$

$$109^{8n+1}\equiv3^{16n+2}[10]\equiv9[10]$$

$$2013^{16n+2}-2\times109^{8n+1}-11\equiv9-18-11[10]$$

$\equiv0[10]$ 01

3. تعيين الأعداد الطبيعية n حيث:

$$7\times3^{n+1}-1\equiv0[10]/10\prec n\le25$$

$n=$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
الباقي هو	0	2	8	6

$n=4k/10\prec4k\le25$ ومنه $k\in\{3;4;5;6\}$

معناه

$n\in\{12;16;20;24\}$ 01

4. أ . باختصار : $(x;y)=(2;2)$ 01

ب. $A=2009$ 0.5

جـ . كتابة A في النظام ذي الأساس 7 .

$$2009=5\times7^3+6\times7^2$$

و منه A يكتب 5600 في النظام ذي الأساس 7

0.5....

حل التمرين الثاني: (05 نقاط)

1. لدينا: $x^2+(y-2)+z^2=3^2$ 0.5

ومنه (S) سطح كرة مركزها $w(0;2;0)$ ونصف قطرها

$R=3$ 0.5

2. أ) لدينا: $d(w;P)=2$.

بما أن $R>2$ فإن: (S) و (Q) متقاطعان

0.5......

ب) التقاطع هو الدائرة (C) التي نصف قطرها $r=\sqrt{R^2-2^2}=\sqrt5$ و مركزها $H\left(\frac43;\frac23;\frac23\right)$

حيث. H المسقط العمودي لـ: w على (Q).

01............

3. لدينا: الجملة $(\mathrm{I})\begin{cases}x=2t\\y=2-2t\\z=t\end{cases}$ مع $t\in\mathbb{R}$

هي تمثيل وسيطي (Δ).

أ- بما أن معادلة (P_m) محققة من أجل الجملة (I)

فإن $(\Delta)\subset(P_m)$. 01

ب- (P_m) مماس لـــ: (S) يكافئ $d(w;P_m)=3$.

أي من أجل $m=0$ 01

جـ- لدينا: $\vec n_P\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$ و $\vec n_{P_m}\begin{pmatrix}2m\\1-2m\\m\end{pmatrix}$.

$(P)\perp(P_m)$ يكافئ $\vec n_P\cdot\vec n_{P_m}=0$.

و عليه نجد: $m=\frac29$ 0.5

حل التمرين الثالث: (10نقاط)

I) f الدالة المعرّفة بـ: $f(x)=-x+2+2\ln(x+1)$

1. تعيين النهايات عند حدود مجموعة التعريف :

- $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}f(x)=-\infty$ (مع الطريقة)

0.5.........

- $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ (مع الطريقة)

0.5.........

2. تبيان أن المنحنى (C_f) لايقبل مقاربا مائلا عند $+\infty$

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=-1$ و، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)-(-x)=+\infty$

إذن عند $+\infty$ لا يقبل (C_f) مقاربا مائلا وإنما يقبل فرعا من قطع مكافئ بإتجاه المستقيم ذو المعادلة $y=-x$ 0.5

3. دراسة إتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول التغيرات :

الدالة f تقبل الإشتقاق على مجموعة تعريفها ويكون

$$f'(x)=\frac{-x+1}{x+1}$$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $(-x+1)$

01.................

جدول إشارة $f'(x)$:

x	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$

إذن لما $x \in]-1;1]$ f متزايدة ،

ولما $x \in]-1;1]$ f متناقصة. 0.25

● جدول التغيرات: 0.75

x	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty \nearrow$	$1+\ln 4$	$\searrow -\infty$

4. إثبات أن (C_f) يقبل مماسا معامل توجيهه 1 :

أي: $f'(x_0)=1$ تكافئ: $\frac{-x_0+1}{x_0+1}=1$ ، $x_0 \in D$

ومنه: $x_0=0$ ، ومعادلة المماس هي: $y=x+2$

01.........

5. إثبات أن المستقيمات (Δ_λ) تشترك في نقطة واحدة:

لدينا: $\lambda(x+2)-y=0$ فيكون: $(x+2=0)$ و $(y=0)$

ومنه $(x=-2)$ و $(y=0)$

إذن كل المستقيمات تشترك في النقطة $B(-2;0)$

01..........

6. أ) تبيان أن (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة F.

● الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما و $f(5)\times f(6)<0$.

إذن (ح م ق م)فإن: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α و $\alpha \in]5;6[$

أي أن (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة $F(\alpha;0)$

0.5.....

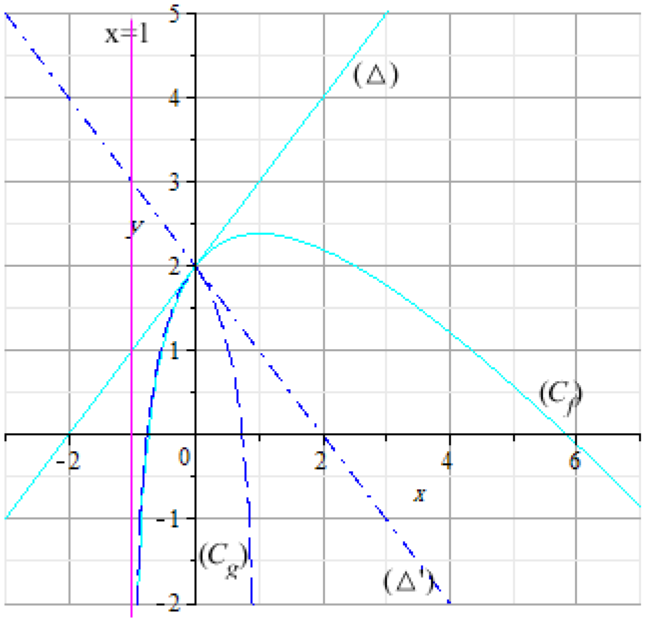
ب) هل (C_f) يقطع محور الفواصل على المجال $]-1;1]$ ؟

● الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما

● ولدينا: $f(1)\approx 2,38$ و $\lim\limits_{x \to -1^{>}} f(x)=-\infty$ أي أن:

$$\left[\lim_{x \to -1^{>}} f(x)\right]\times f(1)<0$$

إذن (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة وحيدة $K(\beta;0)$ ...0.5



II) g الدالة المعرّفة بـ:

$$g(x)=|x|+2+2\ln(1-|x|)$$

1. إثبات أن الدالة g زوجية على $D_g=]-1;1[$:

- مجموعة التعريف متناظرة بالنسبة للمركز ذو الفاصلة: $x=0$

- $g(-x)=g(x)$، إذن الدالة g زوجية. 0.5

2. تبيان أن (C_g) يقبل مماسين متعامدين :

على المجال $]-1;0[$ (C_g) يقبل مماسا (Δ) معادلته $y=x+2$

لكن الدالة زوجية على المجال $]-1;1[$ إذن الدالة g تقبل مماسا (Δ') على المجال $[0;1[$ معادلته $y=-x+2$ حيث:

$a_{(\Delta)}=1$

و $a_{(\Delta')}=-1$ و $aa'+1=0$ إذن: $(\Delta)\perp(\Delta')$ 01

3. رسم المنحني (C_g): لدينا: الدالة عبارة $g(x)$ هي:

$$\begin{cases} g(x)=-x+2+2\ln(x+1) & x\in]-1;0[\\ g(x)=x+2+2\ln(-x+1) & x\in]0;1[\end{cases}$$

ومنه على المجال $]-1;0]$: (C_g) ينطبق على (C_f)، ثم نناظر الرسم على المجال $[0;1[$ لأن الدالة g زوجية.

01.........

.7 إنشاء (C_f) و (Δ): 01

$f(1)=1+\ln(2) \approx 2,38$) نقطة حدية كبرى

$(1;1+\ln(2))$ (

بالتوفيق في بكالوريا 2016