السنة الثالثة شعبة رياضيات — التاريخ : 2016-02-29

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

1) جد جميع الثنائيات المرتبة (x,y) من الاعداد الطبيعية حيث: $x^3 - y^3 = 631$

2) أ- ماهو باقي القسمة الاقليدية العدد 111 على 7.

ب- عين حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد 10^n على 7.

3) α عدد طبيعي يكتب في النظام العشري كمايلي: $\alpha = \overline{999888777}$

أ- بين أن α يكتب بدلالة العدد 111.

ب- ماهو باقي قسمة العدد α على 7.

التمرين الثاني :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقطتين $A(2;1;1)$، $I(3;-1;0)$ و (P) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق :

$$MA^2 - \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MI} = 0$$

1)بين أن النقط A تنتمي الى المجموعة (P) و أن (P) هي المستوي ذو المعادلة $x - 2y - z + 1 = 0$

2) جد معادلة سطح كرة (S) التي مركزها I وتشمل النقطة A.

3) ليكن المستوي (P') المعرف بالمعادلة $2x - y + z - 4 = 0$

أ- بين أن (P') يقطع (S) وفق دائرة (C) يطلب تعيين مركزها H و نصف قطرها r.

ب- لتكن النقطة $B(2;-2;-2)$ ، تحقق أن AB احد اقطار الدائرة (C).

ج- جد معادلة ديكارتية للمستوي (Q) المماس لسطح الكرة (S) في النقطة B

4)عين مجموعة (E) النقط $M'(x;y;z)$ التي تحقق :

$$(x - 2y - z + 1)^2 + (2x - y + z - 4)^2 = 0$$

التمرين الثالث:

1)حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $(z - 2 - i)(z^2 - 2z + 10) = 0$

2)نعتبر النقط A,B,C و D ذات اللواحق $z_A = 2 + i$; $z_B = 1 + 3i$; $z_C = -3 + i$; $z_D = 1 - 3i$

-أقلب الصفحة -

أ- أكتب على الشكل الأسي العدد المركب $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ ثم استنتج أن المثلث ABC قائم في B.

ب- أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه B و يحول A الى C.

ج- عين لاحقة النقطة E بحيث تكون النقطة D صورة النقطة E بالتحويل S.

3) أ- عين لاحقة النقطة F بحث يكون $\overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{AF}$.

ب- أثبت أن النقطة B مرجح النقط O, A, F مرفقة بمعاملات يطلب تعيينها .

التمرين الرابع:

I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (1-x)e^{1-x} - 1$

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.4 < \alpha < 0.5$

ب- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = xe^{1-x} - x + 2$

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) عين نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.

2) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = -x + 2$.

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) أ- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5) أثبت أن : $f(\alpha) = 1 - \alpha + \frac{1}{1-\alpha}$ ثم اعطي حصرا لـ $f(\alpha)$.

6) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(-x+2) = e^{x-1}f(x)$.

ب- نقبل أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما β ، بين أن $2 + \beta$ - الحل الاخر.

7) أرسم (C_f)، (Δ) و (T) (نأخذ α=0.4 و β=2.5 ، $f(-1) = -4.39$).

III. نعتبر الدالة H_m المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H_m(x) = -(x+1)e^{1-x} + (2-m)x + 2016$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $H'_m(x) = f(x) - (-x+m)$.

2) ناقش حسب قيم الوسيط m عدد واشارة حلول المعادلة $f(x) = -x + m$.

3) ناقش حسب قيم الوسيط m عدد النقاط الحدية للدالة H_m.

- بالتوفيق-