الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية سطيف | ثانوية عين الطريق سطيف

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي(تجريبي) | دورة: ماي 2016

الشعبة: رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 4 ساعات و30 د

على المترشح إختيار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

1) نعتبر كثير الحدود $P(z)$ للمتغير المركب z المعرف كما يلي:

$$P(z)=z^4-2\sqrt{3}z^3+8z^2-8\sqrt{3}z+16$$

أ) بيّن إذا كان العدد المركب α حلا للمعادلة $P(z)=0$ فإن $\overline{\alpha}$ هو ايضا حلا للمعدلة $P(z)=0$.

ب) تحقق أنّ: $P(-2i)=0$ و $P\left(\sqrt{3}+i\right)=0$

ج) استنتج ، في المجموعة $\mathbb{C}$ ، حلول المعادلة : $P(z)=0$.

2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط: A ، B ، C ، D لواحقها على الترتيب: $z_A=\sqrt{3}-i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=2e^{i\left(\frac{3\pi}{2}\right)}$ و $z_D=\overline{z_C}$.

أ) علّم النقط A ، B ، C ، D .

ب) بيّن أنّ النقط A ، B ، C ، D تنتمي الى نفس الدائرة، يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

ج) اثبت أن الرباعي $ABDC$ شبه منحرف متساوي الساقين، احسب مساحته.

د) احسب z_I لاحقة النقطة I منتصف القطعة $[AB]$.

3) أ) عين لاحقة النقطة E صورة I بالتحاكي الذي مركزه O و نسبته 2 .

ب) بيّن أنّ: $\frac{z_C-z_E}{z_D-z_E}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، استنتج أن C هي صورة D بتحويل نقطي يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميزة. ما هي طبيعة المثلث CDE.

ج) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\left\|\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$

4) نضع: $K=\frac{z_C-z_E}{z_D-z_E}$ ، عيّن قيم العدد الطبيعي n ، حتى يكون العدد $k\times k^2\times k^3\times\cdots\times k^n$ حقيقيا.

التمرين الثاني:(04 نقاط)

α و β عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما.

1) عين α و β علما أنّ: $\alpha(\alpha^2-19)=35\beta$ و $\alpha>\beta$.

2) لتكن المتتالية الهندسية $\left(u_n\right)$ التي حدّها الأول u_0 و أساسها q حيث u_0 و q عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما و $u_0<q$.

أ) اوجد u_0 و q حتى يكون: $35u_0^2+19u_1-u_0q^3=0$

نفرض في ما يلي: $u_0=6$ و $q=7$.

3) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$.

ب) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 5 .استنتج قيَم n حيث: $S_n\equiv 0[30]$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(1;2;3)$ ، $B(0;1;4)$ ، $C(-1;-3;2)$

1) أ) بيّن أن النقط A ، B ، C تعين مستويا.

ب) اثبت أنّ A هي المسقط العمودي للنقطة $D(3;1;4)$ على المستوي (ABC) .اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2) أ) (Δ) المستقيم ذو التمثيل الوسيطي الآتي: $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-1+t \\ z=4-t \end{cases}$ حيث: $t\in\mathbb{R}$. بين أن (Δ) عمودي على (ABC).

ب) تحقق أنّ النقطة $E(4;-2;5)$ تنتمي الى (Δ).

ج) اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) ذات المركز E و تمس (ABC).

د) بين أن نقطة التماس G هي مركز ثقل المثلث ABC .

3) عين احداثيات نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) مع سطح الكرة (S).

التمرين الرابع: (07 نقطة)

الجزء الأول: لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=-1+\ln(e^{2x}-e^x+1)$.

نسمي (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. وحدة الطول $2cm$

1) عين اتجاه تغير الدالة g .

2) احسب: $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$. شكل جدول تغيرات الدالة g .

3) أ) برهن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g(x)=2x-1+\ln(1-e^{-x}+e^{-2x})$.

ب) استنتج أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب كتابة معادلة له.

ج) ادرس وضعية المنحني (C_g) بالنسبة للمستقيم $(\Delta): y=2x-1$

4) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة معدومة.

5) انشئ المماس (T)،المستقيمين المقاربين و المنحني (C_g).

6) ناقش بيانيا و حسب قيّم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول x: $g(x)=mx-1$

الجزء الثاني: نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{|2e^x-1|}{e^x+e^{-x}-1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق.(انشاء المنحنى (C_f)غير مطلوب)

1) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $-\ln 2$. فسّر النتيجة بيانيا.

2) بيّن أنّ الدالة g هي دالة أصلية للدالة f على مجال يطلب تعيينه.

3) احسب مساحة الحيّز المستوي المحدد بـــ (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $x=0$ ، $x=-\ln 2$ ، $y=0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z و θ عدد حقيقي كيفي.

$$(E)\ldots\ldots\ldots\ldots z^2-2(1+2\cos\theta)z+5+4\cos\theta=0$$

1) أ- حل المعادلة (E) من أجل $\theta=\frac{\pi}{6}$. نشير بـ z_1 و z_2 لحلي المعادلة (E) حيث: $\operatorname{Im}(z_1)>0$.

ب- اكتب العدد المركب z_1-1 على الشكل الأسي.

ج- عين الأعداد الطبيعية n حيث يكون العدد $\arg\left[\left(\frac{z_1-1}{2}\right)^{n^2+n}\right]=k\pi$ ، حيث: $k\in\mathbb{Z}$

2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط: A ، B ، C ، D لواحقها على الترتيب: $z_A=1+2e^{i\left(\frac{\pi}{2}\right)}$ ، $z_B=1+2e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)}$ ، $z_C=\overline{z_B}$ و $z_D=\overline{z_A}$.

أ- اكتب على الشكل الجبري z_A ، z_B ، z_C ، z_C ثم علّم النقط A ، B ، C ، D.

ب- اثبت أنّ الرباعي $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين.

3) أ) اكتب العدد المركب $\frac{z_D-z_B}{z_A-z_B}$ على الشكل الأسي، استنتج أن D هي صورة A بتحويل نقطي يطلب تعيين طبيعته و تحديد عناصره المميزة.

ب) ما هي طبيعة المثلث ABD ؟ استنتج ان النقط A ، B ، C ، D تنتمي الى دائرة يطلب تعيين مركزها Ω و نصف قطرها r .

4) (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z ($z\neq1+2i$) حيث: $\frac{z-1+2i}{z-1-2i}$ حقيقي سالب تماما.

تحقق أنّ Ω تنتمي الى (Γ) ثم عين طبيعة المجموعة (Γ).

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(2;0;1)$ ، $B(3;2;0)$ ، $C(-1;-2;2)$ و المستوي (P) الذي معادلته: $x+2y-z+7=0$.

1) بيّن أنّ النقط A ، B ، C تعيّن مستويا، ثم بيّن أنّ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) هي: $y+2z-2=0$.

2) أ) تحقق أنّ (ABC) و (P) متعامدان، ثم بيّن أنّ مستقيم تقاطعهما (Δ) يشمل النقطة C و $\vec{u}(5;-2;1)$ شعاع توجيه له. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ).

ب) احسب بعد النقطة A عن المستقيم (Δ).

3) لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;\alpha),(C;\beta)\}$ حيث α و β عددان حقيقيان يحققان: $1+\alpha+\beta\neq0$.

عيّن α حتى تنتمي النقطة G الى المستقيم (Δ).

4) عيّن مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $\sqrt{5}d(M,(ABC))=\sqrt{6}d(M,(P))$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=\frac{3}{2}$ و من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=1+\sqrt{u_n-1}$:

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1<u_n<2$.

2) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\frac{-u_n^2+3u_n-2}{u_n-1+\sqrt{u_n-1}}$

ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) . بين أن المتتالية (u_n) متقاربة و أحسب نهايتها.

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ: $v_n=\ln(u_n-1)$.

أ) اثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.أكتب v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n .

ب) أحسب بدلالة n الجداء P_n ، $P_n=(u_0-1)\times(u_1-1)\times\cdots\times(u_n-1)$. أحسب $\lim_{n\to+\infty} P_n$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأول: g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=1-xe^{-x}$.

1) احسب نهاية الدالة g عند $+\infty$ و عين اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$.

2) أ) اثبت من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$، $g(x)\geq 1-e^{-1}$

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=-\dfrac{4\ln(-x)}{x} & ;x<-1 \\ f(x)=(x+1)(1+e^{-x}) & ;x\geq -1 \end{cases}$$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.الوحدة : 2cm

1) ا) تحقق أن الدالة f مستمرة عند $x_0=-1$.

ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند x_0 .اعط تفسيرا بيانيا لهذه النتيجة.

2) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.أستنتج أن للمنحني (C_f) مستقيم مقارب يطلب تعيين معادلة له.

3) أ) بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+1$ مستقيم مقارب للمنحني (C_f) في جوار $+\infty$.

ب) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) على المجال $]-1;+\infty[$.

4) أ) تحقق من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;-1[$ ، $f'(x)=\frac{4(\ln(-x)-1)}{x^2}$

ب) عين اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;-1[$ ثم على المجال $]-1;+\infty[$. قدم جدول تغيرات الدالة f .

ج) بين أن توجد نقطة وحيدة فاصلتها اكبر من -1 يكون عندها المماس (T) للمنحني (C_f) يوازي (Δ).

5) أ) اثبت المنحني (C_f) يقع أعلى محور الفواصل.

ب) أنشئ (Δ) ، (T) و المنحني (C_f).

ج) λ عدد حقيقي أكبر من أو يساوي -1. $A(\lambda)$ المساحة بـــ : cm^2 للحّيز المستوي الواقع فوق محور الفواصل والمحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=-e$ ، $x=\lambda$ ، $y=x+1$.

بين أن : $A(\lambda)=8+4e-4(\lambda+2)e^{-\lambda}cm^2$. أحسب $\lim_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$.