الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية : فارس بن مهل الشهبونية بالمدية

امتحان بكالوريا تجريبي — دورة : ماي 2017

الشعبة : 3 رياضيات + 3 تقني رياضي

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

النقط $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ ، $C(-1;1;1)$ و الشعاع $\vec{n}$ ، حيث : $\vec{n}=3\vec{i}+4\vec{j}-2\vec{k}$

1) بيّن أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة .

2) بيّن أن الشعاع $\vec{n}$ عمودي على $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ، ثم أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

t عدد حقيقي موجب تماما ، نعتبر النقطتين I و G حيث : I مرجح الجملة $\{(A,1);(B,2)\}$

و G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,2);(C,t)\}$

3) جد إحداثيتي النقطة I ، ثم عبّر عن الشعاع $\overrightarrow{IG}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{IC}$.

4) من أجل أي قيمة للوسيط t تنطبق النقطة G على منتصف القطعة $[IC]$.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^3+1=0$.

2) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(o;\vec{u};\vec{v}\right)$ ، النقط A ، B و C التي لاحقاتها

على الترتيب : $Z_A=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $Z_B=\overline{Z_A}$ و $Z_C=aZ_A$ ، حيث a عدد مركب طويلته α وعمدته θ .

- أكتب Z_C بدلالة α و θ على الشكل الأسي .

3) أكتب العددين $\left(Z_A\right)^{2017}$ و $\left(Z_B\right)^{1438}$ على الشكل الجبري ، ثم تحقق أن $\left(Z_A\right)^{2017}-\left(Z_B\right)^{1438}=1$.

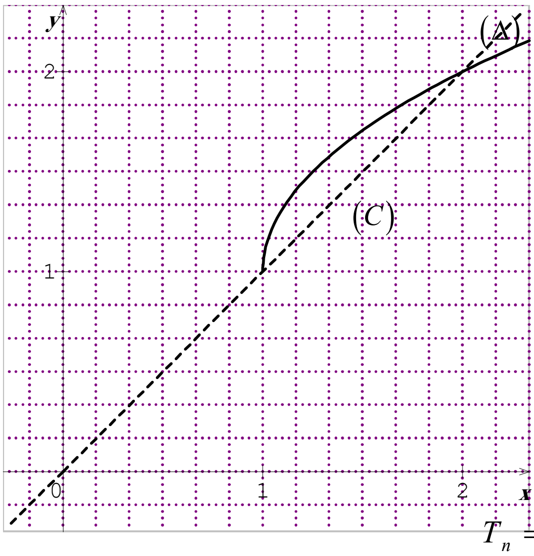
4) ليكن العدد المركب L حيث : $L=\sqrt{6}-\sqrt{2}-\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)i$

- تحقق أن العدد المركب $L^2=-8\sqrt{3}-8i$ ، ثم أكتبه على الشكل المثلثي والأسي .

5) استنتج طويلة وعمدة العدد المركب L ، ثم عين القيمة المضبوطة لكل من العددين $\cos\frac{19\pi}{12}$ و $\sin\frac{19\pi}{12}$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=1+\sqrt{x-1}$ ، و (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$. أنظر الشكل (وحدة الطول $2cm$)



(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $u_0=\frac{5}{4}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

1) باستعمال المنحنى (C) والمستقيم (Δ)

- علم على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3

ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1<u_n<2$

ثم أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها العام : $v_n=e^{-\frac{1}{3}+2n}$.

3) بيَن أن (v_n) متتالية هندسية ، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

4) أحسب المجموعين : $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $T_n=v_0^2+v_1^2+\cdots+v_n^2$

ثم استنتج العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n=\frac{e^{-\frac{1}{3}}}{1-e^2}\left(1-e^{4036}\right)$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=ax-(x^2-b)e^{-x+1}$ ، حيث a و b عددان حقيقيان .

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) بيَن أن $a=1$ و $b=-1$ بحيث المنحنى (C_f) يقبل في النقطة $A(0;-e)$ مماسا معامل توجيهه $e+1$.

2) احسب $\lim_{n\to-\infty} f(x)$ ، ثم بيَن أن $\lim_{n\to+\infty} f(x)=+\infty$.

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

4) بيَن أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

ثم بيَن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α ، حيث $1,8<\alpha<1,9$.

5) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف عند الفاصلتين 1 و 3 .

6) احسب $f(0)$, $f(3)$ ، ثم أرسم (Δ) و (C_f) ، وناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m

عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

7) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x+1}dx$.

- بين أن الدالة $x\mapsto-(x+1)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x+1}$ على $\mathbb{R}$

- باستعمال المكاملة بالتجزئة بيَن أن : $I_{n+1}=-1+(n+1)I_n$ ، ثم احسب $\int_0^1 (x^2+1)e^{-x+1}dx$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

النقط $A(3;1;0)$ ، $B(1;2;0)$ ، $C(3;2;1)$ و $D(0;0;m)$ ، حيث m عدد حقيقي موجب .

1) احسب القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos\widehat{ABC}$ و $\sin\widehat{ABC}$ باستعمال الجداء السلمي $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$

ثم استنتج أن مساحة المثلث ABC هي : $S_{ABC}=\frac{3}{2}$.

2) تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي $x+2y-2z-5=0$.

3) بيّن أن $ABCD$ رباعي وجوه ، ثم احسب حجمه V_{ABCD} بدلالة m .

4) لتكن (S_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء والتي تحقق : $x^2+y^2+z^2-2mz+m^2-9=0$.

- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب m فإن : (S_m) سطح كرة ، يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

ثم عيّن قيمة m حتى يكون (ABC) مستوي مماس لسطح الكرة (S_m) .

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ ، النقط A ، B ، C و D التي لاحقاتها

على الترتيب : $Z_A=\sqrt{3}\,e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $Z_B=-i\sqrt{3}=\sqrt{3}\,e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $Z_C=3+2i\sqrt{3}$ و $Z_D=\overline{Z_C}$.

- بيّن أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي مركزها Ω ذات اللاحقة $Z_\Omega=3$

يطلب تعيين نصف قطرها .

2) لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة إلى المبدأ O

- بيّن أن : $\frac{Z_C-Z_B}{Z_E-Z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث BEC .

3) بيّن أنه يوجد دوران R يحول النقطة E إلى النقطة C ، يطلب تعيين مركزه وزاويته .

4) نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث :

$$Z'+i\sqrt{3}=2e^{-i\frac{\pi}{3}}\left(z+i\sqrt{3}\right)$$

- عيّن طبيعة التحويل النقطي S وعناصره المميزة .

5) بيّن أن المجموعة (Γ) للنقط M والتي تحقق $(Z-Z_B)\overline{(Z-Z_B)}=Z_A.\overline{Z_A}$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها

ونصف قطرها ، ثم عيّن المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S مع تحديد عناصرها المميزة .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية هندسية متزايدة حدودها موجبة وأساسها q معرفة كما يلي : $\begin{cases} u_1+2u_2+u_3=100 \\ u_1\times u_3=256 \end{cases}$

1) احسب كل من u_2 ، u_1 ، u_3 و الأساس q ، ثم تحقق أن $u_n=4^n$.

2) احسب بدلالة n كلا من المجموع : $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$ و الجداء $P_n=u_1\times u_2\times\cdots\times u_n$.

3) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 5 .

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $S'_n=\dfrac{1}{\ln 2}\left[\ln 4+\ln 4^2+\cdots+\ln 4^n\right]$

- احسب S'_n بدلالة n ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S'_n+4n^2+7^{2017}\equiv 0[5]$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) f دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{1}{2}x^2\left(3-\ln x^2\right)+1 \ ;\ x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$) .

1) احسب نهاية f عند $+\infty$ ، ثم ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند العدد 0 وفسّر النتيجة هندسيا .

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

3) بيّن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α بحيث : $\alpha\geq 0$ و $f(\alpha)=0$ ، ثم تحقق أن : $4,6<\alpha<4,7$.

II) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=f(x)-2x-\dfrac{1}{2}$

4) احسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' واستنتج إشارتها على المجال $]0;+\infty[$.

5) حدد اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها

ثم استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى المماس (D) ذو المعادلة : $y=2x+\dfrac{1}{2}$ عند الفاصلة 1 .

6) انشئ (D) و (C_f) .

7) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نضع : $I_n=\displaystyle\int_{\frac{1}{n}}^{1}x^2\ln x\,dx$

- احسب I_n بدلالة n باستعمال المكاملة بالتجزئة ، ثم استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (D) والمستقيمين $x=\dfrac{1}{n}$; $x=1$ ، وأحسب $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}A(n)$.

الأستاذ : سي محمد سمير

انتهى الموضوع الثاني