على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) بين أن العدد 2017 أولي.

2) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $14119x-10085y=22187$ ...... (E)

أ/ أوجد القاسم المشترك الأكبر للأعداد: 22187 ، 10085 و 14119.

ب/ بين أن الثنائية $(3;2)$ حلا خاصا للمعادلة (E) ثم عين مجموعة حلولها.

ج/ عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) بحيث يكون $PGCD(x\,;y)=11$.

3) أ/ أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 5^n و 7^n على 11.

ب/ عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون 5^n+7^{2017} قبلا للقسمة على 11.

4) ليكن a و b عددان طبيعيان غير معدومين كلا منهما أصغر من 8 ، نعتبر $N=\overline{a01b}$ مكتوب في النظام العشري

أ/ تحقق أن : $10^3\equiv(-1)[11]$.

ب/ عين قيم العدد الطبيعي N حيث باقي قسمته على 11 هو 4.

ج/ أكتب هذا العدد في النظام ذي العد 11.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) عين العددين الحقيقيين x و y بحيث $x^2\,e^{2iy}+4=0$ و $x>0$ ثم تحقق أن العدد المركب $-2i$ يحقق هذه المساواة.

2) نرفق بكل عدد مركب Z يختلف عن $-2i$ العدد المركب Z' حيث: $Z'=\frac{Z-2i}{Z+2i}$.

لتكن النقط A ، B ، M ، M' صور الأعداد $2i$ ، $-2i$ ، Z و Z' على الترتيب في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\,;\vec{u};\vec{v})$. نضع : $Z+2i=r\,e^{i\theta}$ حيث $r\in\mathbb{R}_+^*$ و $\theta\in\mathbb{R}$.

أ/ بين أن : $Z'-1=\frac{4}{r}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$.

ب/ عين مجموعة النقط M التي من أجلها يكون Z' عددا حقيقيا.

ج/ بين أنه إذا كانت M تنتمي إلى الدائرة (C) التي مركزها B و نصف قطرها 2 فإن M' تنتمي إلى دائرة (C') يطلب تحديد عناصرها المميزة.

3) نعتبر الدوران R الذي مركزه النقطة I ذات اللاحقة $\frac{3\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ و زاويته α .

أ/ عين القيس الرئيسي للعدد α إذا علمت أن صورة A بالدوران R هي النقطة ذات اللاحقة 1.

ب/ عين على الرسم النقط : $A\,;\,B\,;\,I$.

ج/ تحقق أن الدائرة (C') صورة دائرة مركزها A بالدوران R ثم أرسم شكلا في نفس المعلم السابق.

<u>التمرين الثالث</u>: (05 نقاط)

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتان من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ :

$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + \frac{1}{n} \end{cases}$ من أجل $n \geq 2$ و $v_n = u_n - \ln n$ من أجل $n \geq 1$.

1). أ/ أحسب u_2 ، u_3 ، u_4 .

ب/ بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots\dots + \frac{1}{n}$

2). أ/ بين من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم : $\frac{1}{k+1} \leq \int_k^{k+1} \frac{1}{x}.dx \leq \frac{1}{k}$

ب/ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 2$: $u_n - 1 \leq \ln n \leq u_n - \frac{1}{n}$ و $0 \leq v_n \leq 1$.

3). أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{n+1} - \int_n^{n+1} \frac{1}{x} dx$.

ب/ استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n) .

4). أ/ بين أن المتتالية (v_n) متقاربة ، نرمز بـ α إلى نهاية المتتالية (v_n) (لا يطلب حساب α)

ب/ ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟.

<u>التمرين الرابع</u>: (07 نقاط)

k عدد حقيقي موجب تماما ، نعتبر الدالة f_k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f_k(x) = x - 1 + xe^{kx}$.

نرمز بـ (C_k) للمنحنى الممثل للدالة g_k في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

I – نعتبر الدالة g_k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g_k(x) = 1 + (1 + kx)\, e^{kx}$.

1. أدرس $g'_k(x)$ ثم أدرس إشارته.
2. شكل جدول تغيرات الدالة g_k ، ثم استنتج أنه من اجل كل عدد حقيقي x ، $g_k(x) > 0$.

II – 1. أ/ بين أن جميع المنحنيات (C_k) تمر بنقطة ثابتة I يطلب تعيين إحداثيتيها .

ب/ أحسب نهاية الدالة f_k عند $-\infty$ و $+\infty$.

جـ/ بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_k) بجوار $-\infty$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f_k ثم شكل جدول تغيراتها .
3. أ/ عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_k) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

ب/ بين أن النقطة $F_k\left(-\frac{2}{k}; -\frac{2}{k}(1 + e^{-2}) - 1\right)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_k) .

4. أ/ بين أن المعادلة $f_k(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0 \leq \alpha \leq 1$.

ب/ بين أن المسافة بين النقطة $N(\alpha; f_1(\alpha))$ و المستقيم (D) تساوي $\alpha e^{\alpha} / \sqrt{2}$.

5. أ/ بين أنه من أجل عدد حقيقي ، $f_k(x) + f_{-k}(-x) = -2$. ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_k) و (C_{-k}) ؟.

ب/ أرسم في نفس المعلم (C_1) و (C_{-1}) .

III – λ عدد حقيقي سالب تماما. نعتبر التكامل التالي: $I_k = \int_\lambda^0 -xe^{kx} dx$.

1. هل العدد I_k يمثل مساحة؟.
2. باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب I_1 ثم $\lim\limits_{\lambda \to -\infty} I_1$ ، فسر هذه النتيجة.
3. بين أن : $\lim\limits_{\lambda \to -\infty} I_k = \frac{1}{k^2}$

الموضوع الثاني:

التمرين الاول : (04 نقط)

I- a ، b و c أعداد طبيعية حيث : $1 \le a \le b \le c$

عين الأعداد a ، b و c علما أن في النظام ذي الأساس a يكون $b+c=\overline{46}$ و $bc=\overline{545}$.

II- نعتبر المعادلة $(1)........21x-17y=8$ ، حيث x و y عددين صحيحين طبيعيين .

1. أ) عين الثنائية $(x_0;x_0)$ حل للمعادلة (1) .
ب) حل في N^2 المعادلة (1) .

2. أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 13 .

ب) بين أنه إذا كان $(\alpha;\beta)$ حل للمعادلة (1) فإن $3^{34\beta+20}-9^{21\alpha}-2\equiv 0[13]$.

3 . أ) بين أنه إذا كان $(x;y)$ حل للمعادلة (1) و $x\equiv 0[4]$ فإن $y\equiv 0[4]$.

ب) عين $(x;y)$ حلول للمعادلة (1) التي يكون من أجلها $PGCD(x;y)=4$

التمرين الثاني : (05 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$.لتكن النقط H,D,C,B,A التي لواحقها على الترتيب :

$$Z_H=1+Z_D \;,\; Z_D=-\frac{1}{a}i \;,\; Z_C=ia \;,\; Z_B=1+\frac{a-1}{a}i \;,\; Z_A=a$$

حيث a عدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1 .

1) أ - تحقق أن : $Z_B-Z_D=\overline{Z_D}(Z_A-Z_C)$

ب- أستنتج أن المستقيمين (AC) و (BD) متعامدان .

2) أ – عين الكتابة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول A إلى B ويحول C إلى D.

ب- حدد Z_Ω لاحقة المركز Ω للتحويل S. ثم عين العناصر المميزة الأخرى لهذا التحويل .

ج – بين أن المثلثين OAC و BHD متشابهان ثم جد علاقة بين مساحتيهما .

3) لتكن (M_n) متتالية نقط من المستوي معرفة كما يلي : $M_0=A$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $M_{n+1}=S(M_n)$

حيث Z_n لاحقة النقطة M_n ونضع : $U_n=|Z_n-Z_\Omega|$ من أجل كل عدد طبيعي n .

أ- بين أن (U_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
ب- عين قيم a بحيث تكون (U_n) متتالية متقاربة .
جـ - نرمز بـ T_n إلى مجموعة أطوال القطع المستقيمة $[M_{n+1}\Omega],[M_n\Omega],..........,[A\Omega]$. أحسب المجموع T_n بدلالة n.

4)لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق : $Z=a(1+e^{i\theta})$ حيث $\theta\in R$.

* حدد الطبيعة والعناصر المميزة للمجموعة (Γ) لما يمسح العدد θ المجموعة R.

التمرين الثالث : (04 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط : $A(3;2;1)$, $B(3;5;4)$, $C(0;5;1)$

1- بين أن المثلث ABC متقايس الاضلاع .
2- تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ،ثم استنتج معادلة ديكارتية له.
3- أ) .عين إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .
ب). عين تمثيلا وسيطيا لـلمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة G ويعامد المستوي (ABC).

جـ).نعتبر النقطة $S(2+t;4+t;2-t)$ حيث t عدد حقيقي .عين العدد t حتى يكون $AS^2 = AB^2$.

4-أ).عين طبيعة رباعي الوجوه $FABC$ حيث $F(4;6;0)$ ثم أحسب حجمه V.

ب).بين أن المستقيمين (FA) و (BC) متعامدان .

جـ).لتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MF}\right\| = 6$

بين أن المستوي (ABC) يقطع (S) وفق دائرة محيطة بالمثلث ABC يطلب مركزها وطول نصف قطرها .

التمرين الرابع :(07 نقط)

I- بين أن $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x} = 1$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ: $f(x) = \ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \geq 1$ ، $f(x) = \ln x + \ln\left(1+\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}\right)$

ب) من أجل $x \geq 1$ ،بين أن $x-1 = \sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}\left(x\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}\right)$

جـ) بين أن الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند1.فسر النتيجة بيانيا.

2. أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين أنه كل من أجل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ ،ثم شكل جدول تغير الدالة f .

جـ) أرسم المنحنى (C_f) .

3. ليكن S مساحة الحيز D المنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=3$
A و B نقطتان من (C_f) فاصلتهما على الترتيب 1و3 ، والنقطتان $p(1;2\ln(1+\sqrt{2}))$ و $Q(3;0)$ من المستوي .

أ) أحسب مساحة كل من المستطيل $APBQ$ و المثلث ABQ .

ب) أستنتج أن $2\ln(1+\sqrt{2}) \leq S \leq 4\ln(1+\sqrt{2})$. (ملاحظة $\left((1+\sqrt{2})^2 = 3+2\sqrt{2}\right)$) .

III- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $g(x) = \dfrac{e^{2x}+1}{2e^x}$ و (C_g) تمثيلها البياني.

1. بين أنه كل من أجل عدد حقيقي $x \geq 0$: $g(x) \geq 1$.
2. أ) بين أن $g \circ f(x) = x$.ثم بين أنه إذا كانت $M(x;y)$ نقطة من (C_f) فان $M^/(x;y)$ نقطة من (C_g) .

ب) ماذ تستنتج بالنسبة للمنحنيين (C_f) و (C_g) ؟أرسم المنحنى في المعلم السابق (C_g).

3. ليكن $S^/$ مساحة الحيز $D^/$ المحدد بالمنحنى (C_g) والمستقيمات التي معادلاتها $x=0$ ، $x = 2\ln(1+\sqrt{2})$ و $y=3$.

أ) بين أن $S^/ = 6\ln(1+\sqrt{2}) - \int_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} g(x)dx$

ب) أحسب $\int_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} g(x)dx$ ثم أستنتج قيمة S .

تصحيح الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) $\sqrt{2017} \approx 44{,}9$
العدد 2017 لا يقبل القسمة على الأعداد الأولية الأصغر
من $\sqrt{2017}$ فإن 2017 عدد أولي . **(0,25)**

2) أ/ $PGCD$(14119 ;10085 ;22187)=2017. **(0,25)**
ب/ فعلا محققة تصبح (E) من الشكل: $7x-5y=11$. **(0,25)**
$S=\{(5k+3, 7k+2); k\epsilon\mathbb{Z}\}$. **(0,25)**
ج/ $S=\{(55k'+33, 77k'+44); k'\epsilon\mathbb{Z}\}$. **(0,5)**

3) أ/ $5^{4k+r} \equiv 5^r[11]$ حيث $r\epsilon\{0,1,2,3\}$. **(0,5)**
بواقي قسمة 5^n على 11 هي: 1 ، 5 ، 4 ، 9.
$7^{10k+r} \equiv 7^r[11]$ حيث $r\epsilon\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
بواقي قسمة 7^n 8على 6 10 9هي: 321034 2 775 1
(0,5) .
ب/ $n=4k+1 ; k\epsilon\mathbb{N}$ **(0,25)**

4) أ/ محققة **(0,25)**
ب/ 1016 ، 2017 ، 7011 **(0,5)**
ج/ $7011=\overline{52\alpha4}^{11}$ ، $1016=\overline{844}^{11}$ ، $2017=\overline{1574}^{11}$
$\alpha=10$. **(0,5)**

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) $x^2e^{2iy}+4=0$ تكافئ $x^2e^{2iy}=4e^{i\pi}$
$\begin{cases} x^2=4 \\ 2y=\pi+2\pi k \end{cases}$ و منه $\begin{cases} x=2 \\ y=\frac{\pi}{2}+\pi k \end{cases}$ مع **(0,5)**
ـ التحقق:
$= 2e^{-i\frac{\pi}{2}}-2i$
$2^2e^{-2i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$ = −4+4 = 0+4 **(0,25)**

2) أ/ $z'-1 = \frac{4}{r}\left(\frac{-i}{e^{i\theta}}\right)$ و منه $z'-1 = \frac{4}{r}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$ **(0,5)**
ب/ $z'\epsilon\mathbb{R}$ يكافئ $Arg(z') = \pi k$ ، $k\epsilon\mathbb{Z}$
$z'\epsilon\mathbb{R}$ يكافئ $(\overrightarrow{BM};\overrightarrow{AM}) = \pi k$
مجموعة النقط M هي مستقيم (AB) أي محور التراتيب ما عدا
النقطة B **(0,5)**
ج/ $M\epsilon(C)$ معناه $|z+2i| = 2$
$M\epsilon(C)$ معناه $z = 2e^{i\theta}-2i$ ، $\theta\epsilon\mathbb{R}$
من أ/ $z'-1 = 2e^{i\left(-\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$
$z'-1=2e^{i\alpha}$ $\left(\alpha=-\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ **(0,5)**
$|z'-1|=2$ معناه $M'K=2$
M' تنتمي إلى الدائرة (C') التي مركزها K ذات اللاحقة 1 و
طول نصف قطرها 2 **(0,25)**

3) أ/ $R(A)=K$
$z_K - z_I = a(z_A - z_I)$ $z_I\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$ **(0,25)**

ب/ **(0,5)**
ج/ $R(A)=K$ مع K مركز الدائرة (C')
(C') هي صورة (C) التي مركزها A بـ R **(0,25)**
الرسم : **(0,5)**

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) أ/ $u_2=\frac{3}{2}$ ، $u_3=\frac{11}{6}$ ، $u_4=\frac{25}{12}$ **(0,75)**
ب/ البرهان بالتراجع **(0,75)**

2) أ/ لدينا :
$k \le x \le k+1$ و منه $\frac{1}{k+1} \le \frac{1}{x} \le \frac{1}{k}$
و منه $\int_k^{k+1}\frac{1}{k+1}dx \le \int_k^{k+1}\frac{1}{x}dx \le \int_k^{k+1}\frac{1}{k}dx$
و بالتالي: $\frac{1}{k+1} \le \int_k^{k+1}\frac{1}{x}dx \le \frac{1}{k}$ **(0,5)**
ب/ لدينا: $\frac{1}{k+1} \le \int_k^{k+1}\frac{1}{x}dx \le \frac{1}{k}$
$k=1$: $\frac{1}{2} \le \int_1^2\frac{1}{x}dx \le 1$
$k=2$: $\frac{1}{3} \le \int_2^3\frac{1}{x}dx \le \frac{1}{2}$

$k=n-1$: $\frac{1}{n} \le \int_{n-1}^{n}\frac{1}{x}dx \le \frac{1}{n-1}$
بالجمع و حسب علاقة شال للتكامل
$u_n - 1 \le \int_1^n\frac{1}{x}dx \le u_n - \frac{1}{n}$
$u_n - 1 \le \ln n \le u_n - \frac{1}{n}$ **(0,5)**
و نبين أن $0 \le v_n \le 1$
لدينا : $u_n - 1 \le \ln n \le u_n - \frac{1}{n}$
$-1 \le \ln n - u_n \le -\frac{1}{n}$
$0 < \frac{1}{n} \le v_n \le 1$
أي $0 \le v_n \le 1$ **(0,5)**

3) أ/ $v_{n+1}-v_n = \frac{1}{n+1} - \int_n^{n+1}\frac{1}{x}dx$ **(0,5)**
ب/ بما أن
$\frac{1}{k+1} \le \int_k^{k+1}\frac{1}{x}dx \le \frac{1}{k}$ لأن $\frac{1}{n+1} \le \int_n^{n+1}\frac{1}{x}dx$
و عليه $\frac{1}{n+1} - \int_n^{n+1}\frac{1}{x}dx \le 0$
أي $v_{n+1}-v_n \le 0$
(v_n) متناقصة على $\mathbb{N}^*$ **(0,5)**

$\alpha = \frac{\pi}{2}$ و منه $a = i$

تابع التمرين الثالث:

4) أ/ (v_n) متناقصة و محددة من الأسفل فإنها متقاربة **(0,5)**

ب/ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} (v_n + \ln n) = +\infty$ **(0,5)**

التمرين الرابع: (07 نقاط)

1.I) $g'_k(x) = k(2 + kx)\, e^{kx}$ **(0,25)**

x	$-\infty$		$-\frac{2}{k}$		$+\infty$
$g'_k(x)$		$-$	0	$+$	

(0,25)

x	$-\infty$		$-\frac{2}{k}$		$+\infty$
$g'_k(x)$		$-$	0	$+$	
$g_k(x)$	1	↘	$1-e^{-2}$	↗	$+\infty$

(0,5)

حسب جدول تغيرات g_k لدينا:

$g_k(x) \geq 1 - e^{-2} \geq 0$ **(0,25)**

وعليه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g_k(x) \geq 0$.

1.II) أ/ $f_k(0) = 1$

جميع المنحنيات (C_k) تمر من نقطة ثابتة $I(0; 1)$ **(0,25)**

ب/ $\lim\limits_{x\to-\infty} f_k(x) = -\infty$ **(0,25)**

$\lim\limits_{x\to+\infty} f_k(x) = +\infty$ **(0,25)**

ج/ $\lim\limits_{x\to-\infty} [f_k(x) - y] = 0$ **(0,25)**

2) لدينا:

$f'_k(x) = 1 + (1 + kx)e^{kx}$ **(0,25)**

$f'_k(x) = g_k(x) > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'_k(x)$	$+$	
$f_k(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

(0,5)

3) أ/ $(\Delta): y = 2x - 1$ **(0,25)**

ب/ $f''_k(x) = g'_k(x)$ **(0,25)**

$f''_k(x)$ ينعدم عند $-\frac{2}{k}$ و يغير إشارته عندها إذن النقطة F_k

نقطة انعطاف للمنحنى (C_k) **(0,25)**

4) أ/ مبرهنة القيم المتوسطة **(0,25)**

ب/ $d(N; (D)) = \frac{|\alpha - 1|}{\sqrt{2}}$

$d(N; (D)) = \frac{1-\alpha}{\sqrt{2}}$ لأن $(\alpha - 1 < 0)$ **(0,25)**

تابع التمرين الرابع:

5) أ/ $f_k(x) + f_{-k}(-x) = -2$ محققة.

الإستنتاج:

$M(x; f_k(x)) \in (C_k)$ فإن $M'(-x; f_k(x) - 2)$ من (C_{-k}) **(0,25)**

و منتصف $[MM']$ هي $I(0; -1)$ فإن (C_k) و (C_{-k}) متناظرين بالنسبة إلى I **(0,25)**

ب/رسم (C_1) و (C_{-1}) **(0,25) + (0,25)**

III. 1) من أجل $x \leq 0$:

$(x - 1) - f_k(x) = -xe^{kx} \geq 0$

إذن $_k$ هو مساحة الحيز المحدد بـ (C_k) و المستقيمات التي معادلاتها : $x = 0$ ، $y = \lambda x$ و $y = x - 1$ **(0,25)**

2) $I_1 = 1 + \lambda e^{\lambda} - e^{\lambda}$ **(0,25)**

$\lim\limits_{\lambda\to-\infty} I_1 = 1$ **(0,25)**

التفسير:

هذه النهاية تعني أن مساحة الحيز المحدد بـ (C_k) و محور التراتيب و (D) تساوي 1. **(0,25)**

3) باستعمال المكاملة بالتجزئة نجد:

$I_k = \frac{1}{k^2} + \frac{1}{k^2}\left(\lambda k e^{\lambda k} - e^{\lambda k}\right)$ **(0,25)**

$\lim\limits_{\lambda\to-\infty} I_k = \frac{1}{k^2}$

$f_1(\alpha) = 0$ معناه $1-\alpha = \alpha e^{\alpha}$

وعليه : $d(N;(D)) = \dfrac{\alpha e^{\alpha}}{\sqrt{2}}$ **(0,25)**

مديريـــة التربيـــة لولايـــة عين الدفلى	حــــــل نموذجــــــي	المستـوى: 3 رياضي
السنـــة الدراسيـــة:2017/2016	و سلـــم التنقيـــط	المادة :الرياضيات
	الموضوع الثاني	اداة التقويم: الاختبار الثالث

الوحدات	الأجـــــــــــوبـــــــــة	التنقيـــــط
	التمرين الأول:	
	I/ b و c هما حلا المعادلة : $x^2 - 2(2a+3)x + 5a^2 + 4a + 5 = 0$	
	$\Delta = 4(-a^2 + 8a + 4)$	0.25
	$\Delta \geq 0$ يكافئ $a \in \left[2-\sqrt{20}\,;2+\sqrt{20}\right]$ ، $a=7$ أو $a=8$	0.50
	$a=7$ فإن $\Delta = 11$ (مرفوض)	
	$a=8$ الحلان هما 17 و 21.($a=8$ ، $b=17$ ، $c=21$)	
	II- 1/ (أ) -$(x_0;y_0)=(2,2)$.	0.25
	(ب)- $s=\{(17k+2, 21k+2), k\in\mathbb{N}\}$.	0.25
	2 – (أ)- $9^{3k+r} \equiv 9^r[3]$.حيث $r\in\{0,1,2\}$.	0.50
الموافقة و التعداد	بوقي قسمة 9^n على 13 هي 9 3 . 1	0.50
	(ب) - $3^{34\beta+20} - 9^{21\alpha} - 2 \equiv 9^{21\alpha+2} - 9^{21\alpha} - 2[13]$	
	$\equiv 0[13]$	0.50
	3-(أ)- $\begin{cases}17y = 4(21\lambda - 2)\\ x = 4\lambda\end{cases}$ حسب غوص فإن $y\equiv 0[4]$.	
	(ب)- $x\equiv 0[4]$ يعني $k=4k'+2$	0.50
	$x\equiv 0[8]$ يعني $k=4l+6$	
	$k=4(2l+1)+2$ ، و $k'\neq 2l$ وعليه $k'=2l$.	
	$k=8l+2$.	
	$x=136l+36$ و $y=168l+44$ حيث $l\in N$.	
		0.25
		2×0.25

	العلامة	الإجابة	المحور
		التمرين الثاني:	الأعداد المركبة
	0.25	**1) - أ – محققة .**	
	0.25	**ب-** $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{DB})=\frac{\pi}{2}[2\pi]$ **(محققة) .**	
	0.50	**2- أ -** $z'=\frac{1}{a}iz+1-\frac{1}{a}i$	
		- ب - $z_{\Omega}=1$ ، $k=\frac{1}{a}$ ، $\theta=\frac{\pi}{2}$	
	0.75	**- جـ -** $S(A)=B$ ، $S(C)=D$ ، $S(O)=H$ **صورة المثلث** OAC **بـ** S **هو المثلث**	
		BHD **و** S **تشابه مباشر ، المثلثان** OAC **و** BHD **متشابهان .**	
	0.75	$S(BHD)=\frac{1}{a^{2}}S(OAC)$ **.**	
		3 – أ -: $u_{n+1}=\frac{1}{a}u_{n}$ **.**	
	0.50	(v_n) **متتالية هندسيةأساسها** $q=\frac{1}{a}$ **وحدها الاول** $u_0=\|a-1\|$ **.**	
		ب- $a\in]1;+\infty[$	
	0.50	**جـ -** $T_n=\frac{a\|a-1\|}{a-1}\left[1-\left(\frac{1}{a}\right)^{n+2}\right]$	
	2× 0.25	**4 -** (Γ) **دائرة مركزها** A **ذات الاحقة** a	
		وطول نصف قطرها $r=a$	
	0.50		
	0.50		
	0.50		

التمرين الثالث:

0.75 1-المثلث ABC متقايس الاظلاع الان $AB = AC = BC = 3\sqrt{2}$

0.50 2- $\vec{n}(1,1,-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) لان $\overrightarrow{AB}.\vec{n} = 0$ و $\overrightarrow{AC}.\vec{n} = 0$.

و $M(x, y; z) \in (ABC)$ معناه : $\overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0$

معادلة لـ (ABC) : $x + y - z - 4 = 0$

0.25 3- أ – G مركز ثقل المثلث ABC ، و $G(2,4,2)$ . ...

0.25 ب - $M(x, y; z) \in (\Delta)$ يكافئ $\begin{cases} x = 2 + k \\ y = 4 + k \quad (k \in R) \\ z = 2 - k \end{cases}$

0.25 جـ - لاحظ أن S نقطة من (Δ)

$AS^2 = AB^2$ يكافئ $3t^2 = 12$ حيث $t \in \{-2,2\}$ ومنه $S(4;6;0)$ أو $S(0;2;4)$

0.25 د – F تنتمي الى (Δ) ومنه المثلثات FGA ، FGB ، FGC قائمة ومتقايسة لان

$GA = GB = GC$ ومنه $FA = FB = FC = AB$.

رباعي الوجوه $FABC$ منتظم . $V = \frac{1}{3} S_{ABC} \times FG$ و

0.25 $V = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} AB^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times FG$ ....

لاحظ : $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB^2 \sin(\frac{\pi}{3})$ و منه $V = 9u.v$.

0.25 4- $\overrightarrow{FA}.\overrightarrow{BC} = 0$ ومنه (FA) و (BC) متعامدان.

5- أ - $\left\|\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MF}\right\| = 6$ تكافئ $MI = 3$ حيث I منتصف $[FG]$.

المجموعة (S) هي سطح الكرة التي مركزها I وطول نصف قطرها 3.

ب – بمأن $I \in (\Delta)$ فإن : $IG = d(AB, I) = \sqrt{3}$.

0.25 المجموعة (S) **والمستوي** (ABC) يتقاطعان في دائرة مركزه G

وطول نصف قطرها $r = \sqrt{6}$.

0.25

0.25 متوسط المثلث متقايس الاظلاع ABC يساوي $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ وعليه $AG = \frac{2}{3}\left(\frac{2\sqrt{6}}{2}\right) = \sqrt{6}$

المجموعة (S) **والمستوي** (ABC) يتقاطعان في دائرة محيطة بالمثلث ABC .

الهندسة الفضائية

التمرين الرابع :

0.50 I - $\lim_{x\to1}\frac{\ln x-\ln 1}{x-1}=1$ الدالة " $\ln$ " قابلة للاشتقاق عند 1 وعليه $\lim_{x\to1}\frac{\ln x}{x-1}=1$.

بوضع $z=x-1$ فإن $\lim_{x\to0}\frac{\ln(z+1)}{z}=1$.

II 1- أ- محققة من أجل $x\geq1$ ....

0.25

ب - محققة من أجل $x\geq1$.

0.25

جـ - $\lim_{x\to1}\left[\frac{\ln x}{x-1}+\frac{\ln\left[1+\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}\right]}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}+\frac{1}{x}\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}\right]=+\infty$.

0.25 المنحنى (C_f) يقبل نصف مماس موازي لمحور التراتيب عند النقطة التي فاصلتها 1.

2- أ / $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

0.25 ب / $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

0.25

0.50

x	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	0 ↗	$+\infty$

0.50 جـ/ البيان :

0.50

لدالة الأسية و اللوغا

	ب / المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i};\vec{j})$ فإن (C_f) و (C_g) متناظران بالنسبةالى المنصف الاول $(\Delta): \; y=x$) (	0.25	
	3 أ / $S' = \int_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} [3-g(x)]d(x)$ $S' = [3x]_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} - \int_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} g(x)d(x)$ $S' = 6\ln(1+\sqrt{2}) - \int_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} g(x)d(x)$	01	
	ب/ $\int_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} g(x)d(x) = \int_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} \frac{1}{2}\left[e^x + e^{-x}\right]d(x)$ $= \frac{1}{2}\left[e^x + e^{-x}\right]_0^{2\ln(1+}$ $= 2\sqrt{2}$		
	بمأن (C_f) و (C_g) متناظران بالنسبةالى المنصف الاول $\Delta = \Delta'$ ومنه $S = S'$		
	$S = S' = \left[6\ln(1+\sqrt{2}) - 2\sqrt{2}\right] \; u.v$	0.50	
		0.25	
		0.50	