الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
المستوى : الثالثة ثانوي
المدة : 4 ساعات و نصف

ثانوية : 1 نوفمبر+ خدادي
الشعبة : رياضيات
اليوم : 2017.05.15

البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع 01

التمرين الأول : (04 نقاط)

ليكن N عدد طبيعي غير معدوم يكتب في نظام التعداد ذي الأساس 5 على الشكل $\overline{abcca}^{5}$ و يكتب في نظام التعداد ذي الأساس 8 على الشكل $\overline{bbab}^{8}$

1) بيّن أن N يحقق : $309a + 15c = 226b$
2) بيّن أن العدد 3 قاسم للعدد b
3) فيما يلي نفرض أن : $b = 3$
   أ) بيّن أن : $309(a-2) = 60 - 15c$
   ب) إستنتج أن 5 قاسم للعدد $(a-2)$ ثم إستنتج كلا من a و c
   ت) أكتب العدد N في نظام التعداد ذي الأساس 10

التمرين الثاني : (04,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{I};\vec{J};\vec{K})$.

1) بيّن أن (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ بحيث : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 1 = 0$ هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها A و نصف قطرها R
2) m عدد حقيقي. نعتبر المستويات (P_m) التي معادلتها من الشكل : $mx + 2y - z + 1 = 0$
   أ) عيّن m_0 حتى يكون (P_m) مماسا لـ (S)
   ب) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يشمل A و يعامد (P_{m_0})
   ت) إستنتج إحداثيات نقطة التماس بين (P_{m_0}) و (S)
3) أ) بيّن أن المستويين (P_0) و (P_1) متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له
   ب)تحقق أن (Δ) محتوى في جميع المستويات (P_m)

التمرين الثالث : (04,5 نقاط)

- بيّن أنه من أجل كل عدد مركب Z فإن : $Z \times \overline{Z} = |Z|^2$
- ليكن Z_1 و Z_2 عددان مركبان حيث : $Z_1 = \frac{1}{\tan\alpha} + i$ و $Z_2 = \frac{1}{Z_1 \sin\alpha}$ مع $\alpha \in]0;\pi[$

1) أحسب بدلالة α كلا من طويلة و عمدة العددين المركبين Z_1 و Z_2

3as.ency-education.com

2) بيّن أنّ : $Z_2 = \overline{Z_1}\sin\alpha$ ثم إستنتج قيم α التي تحقق : $Z_1 \times Z_2 = 2$ و أكتب كلا من Z_1 و Z_2 على الشكل الأسي

3) نضع $\alpha = \frac{\pi}{4}$

أ) عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون : $\left(\frac{Z_1}{\sqrt{2}}\right)^n - 2(Z_2)^{-n}$ عددا حقيقيا سالبا

4) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$, نعتبر النقط $A; B; C$ ذات اللواحق على الترتيب : $Z_A = 1+i$; $Z_B = \frac{\sqrt{2}}{2}\overline{Z_A}$; $Z_C = 1-i$

أ) بيّن أن : $Z_A = i\sqrt{2} \times Z_B$ ثم إستنتج طبيعة التحويل S الذي يحول النقطة B إلى النقطة A و حدد عناصره المميّزة

ب) عيّن (γ) مجموعة النقط $M(Z)$ التي تحقق : $arg\left(\frac{i\overline{Z}}{Z_C}\right) = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$ مع $k \in \mathbb{Z}$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

- لتكن (U_n) متتالية معرفة أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $\begin{cases} U_0 = U_1 = 1 \\ U_{n+2} = -\frac{2}{3}U_{n+1} + \frac{\alpha}{9}U_n \end{cases}$

1) نضع $\alpha = -1$

أ-) بيّن أن (V_n) حيث : $V_n = U_{n+1} + \frac{1}{3}U_n$ هي متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول V_0

ب-) عبّر عن V_n بدلالة n ثم أحسب بدلالة n الجداء : $P_n = V_0 \times V_1 \times \ldots \times V_{n-1}$ ثم أحسب المجموع : $S_n = \sum_{k=0}^{n} V_{2k}$

ج-) بيّن أن (W_n) حيث : $W_n = (-3)^n U_n$ متتالية حسابية أساسها $r = -4$ ثم إستنتج أن :

$$U_n = \left(\frac{-1}{3}\right)^n (1-4n)$$

2) نضع $\alpha = -\frac{3}{4}$

أ) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $T_n = U_{n+1} + \beta U_n$

أ-1) تحقق أن : $T_{n+1} = \frac{(-8+12\beta)U_{n+1} - U_n}{12}$

أ-2) عيّن قيم كل من β و q بحيث : $T_{n+1} = q \times T_n$

ب) إستنتج أنه يوجد قيمتان للعدد الحقيقي β بحيث تكون المتتالية (T_n) هندسية يطلب تعيين أساسها حسب قيم β

- لتكن f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = -\frac{2}{3}ln(x+1) - \frac{1}{9}ln(x)$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{I};\vec{j})$

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها ثم فسّر النتائج بيانيا

2) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ثم شكل جدول تغيّراتها

3) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[0,24; 0,26]$

4) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم فسّر النتيجة بيانيا

5) أرسم (C_f) في المعلم السابق

6) أ-) أحسب المساحة $A(\alpha)$ مساحة الحيز المحدد بالمنحنى f و حامل محور الفواصل و المستقيمين $x = \alpha$ و $x = 6$

ب-) إستنتج حصرا للعدد $A(\alpha)$ (عدم إستعمال المدور)

3as.ency-education.com

الموضوع 02

التمرين الأول : (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل و تصحيح الخطأ –إن وجد– في كل حالة من الحالات التالية :

1) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{I};\vec{J};\vec{K})$.

نعتبر المستقيمان (Δ_1) و (Δ_2) الممثلان وسيطيا على الترتيب بـ :

$$(\Delta_1):\begin{cases} x = 3+t \\ y = 2+\frac{1}{2}t \\ z = -2-2t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}. \qquad (\Delta_2):\begin{cases} x = 6+k \\ y = 1-2k \\ z = 5+k \end{cases} \quad k\in\mathbb{R}$$

أ) المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) ليسا من نفس المستوي

ب) لتكن M نقطة كيفية من (Δ_1) و لتكن N نقطة كيفية من (Δ_2)

- يكون (MN) عموديا على (Δ_1) و (Δ_2) إذا و فقط إذا كانت إحداثيات النقطتين M و N هي $M(1;2;0)$ و $N(-3;1;1)$

ت) نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) اللذان معادلتيهما على الترتيب :

$$(P_1): x+2y-z+2=0 \qquad (P_2): 3x-y+5z=0$$

- المستويان (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) تمثيله الديكارتي هو :

$$\begin{cases} 2x-3=0 \\ x+2y+1=0 \end{cases}$$

2) كيس به 15 كرية منها 6 كريات حمراء , 4 كريات سوداء , 3 كريات صفراء و كريتين بيضويتين.

نسحب على التوالي دون إرجاع ثلاث كريات من هذا الكيس

أ) عدد كل السحبات الممكنة هو 15^3 سحبة

ب) عدد الإمكانيات لسحب كريتين على الأقل من نفس اللون هو : $C_6^2C_4^1+C_2^2C_3^2$

التمرين الثاني : (04,5 نقاط)

1) بيّن أن الأعداد المركبة : -2 ; $-2-2i$; $-4i$ بهذا الترتيب تشكل حدود متتابعة من متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q_1

2) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المتتالية الهندسية (Z_n) المعرفة بحدها الأول $Z_0=-1-i$ و أساسها $q=1+i$

أ) أحسب الحدود Z_1 ; Z_2 ; Z_3

ب) أكتب بدلالة n عبارة الحد العام Z_n

ت) جد قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد Z_n حقيقيا

3) نعتبر التحويل النقطي f الذي يرفق بكل نقطة $M(Z)$ النقطة $M'(Z')$ بحيث :

$$Z' = \left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)Z+4+2i$$

أ) عيّن طبيعة التحويل f محددا عناصره المميّزة

ب) عيّن طبيعة التحويل h حيث : $h=f\circ f\circ f\circ f\circ f\circ f$ و حدد عناصره المميّزة

3as.ency-education.com

التمرين الثالث : (04,5 نقاط)

نعتبر في $\mathbb{R}$ الدالة f المعرفة بـ : $f(x) = (2x+3)e^x$

1) أحسب f' و f'' ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$:
$f^{(n)}(x) = (2x+2n+3)e^x$ حيث ; $f', f'', \ldots\ldots\ldots\ldots$ ... $f^{(n)}$ المشتقات المتتابعة للدالة f

2) نضع : $U_n = f^{(n)}(-n)$ مع $n \in \mathbb{N}^*$
أ) أثبت أن المتتالية (U_n) هندسية ثم عيّن بدلالة n : $S_n = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$

ب) نعتبر المتتالية (W_n) حيث : $W_n = \frac{3}{e-1} + \left(\frac{1}{e}\right)^n$ مع $n \in \mathbb{N}^*$
- أثبت أن (S_n) و (W_n) هما متتاليتان متجاورتان

3) أ- إستنتج من السؤال 1) حل المعادلة : $y'' = (2x+11)e^x$ ... ... (1)
ب- بيّن أن f حل للمعادلتين التفاضليتين : $y'' - y = 4e^x$ ... ... (2)
$y' - y = 2e^x$ ... ... (3)

التمرين الرابع : (07 نقاط)

- لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_m(x) = \frac{e^{mx}-1}{2e^x}$ و ليكن (C_{f_m}) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{I};\vec{j})$ و m وسيط حقيقي

1) أحسب حسب قيم m نهايات الدالة f_m عند $-\infty$
2) عيّن حسب قيم m الدالة المشتقة للدالة f_m و أدرس إشارتها
3) أثبت أن كل المنحنيات (C_{f_m}) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثياها

- نضع $m = 2$

1) إستنتج إشارة $f_2'(x)$
2) شكل جدول تغيّرات الدالة f_2
3) أدرس الفروع اللانهائية
4) أثبت أن للمنحنى (C_{f_2}) نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياها
5) أكتب معادلة المماس (Δ) لـ (C_{f_2}) عند النقطة التي فاصلتها 0
6) لتكن h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f_2(x) - x$
أ) أدرس تغيّرات الدالة h
ب) أحسب $h(0)$ ثم إستنتج الوضع النسبي بين (C_{f_2}) و (Δ)
7) أرسم (Δ) و (C_{f_2}) في المعلم السابق
8) حدد بيانيا عدد و إشارة تقاطع المنحنى (C_{f_2}) مع المستقيم ذو المعادلة $y = mx$
9) أحسب مساحة الجزء المعيّن بالمنحنى (C_{f_2}) و المستقيم $y = x$ و المستقيمين $x = 0$ و $x = -ln2$

-بالتوفيق في بكالوريا 2017-

3as.ency-education.com