

قسم 3 رياضياتي	ثانوية السعيد زروقي
اختبار الرياضيات للفصل الاول	
2017/2018	المدة ساعتان

إختار احد الموضوعين الآتين

الموضوع الأول

التمرين الأول (5نقط)

اجب عن الأسئلة الآتية المستقلة عن بعضها البعض

من اجل كل عدد طبيعي n بين ان $p \gcd(n+3;14) = p \gcd(n+3;(3n+2)(n+1))$

ثم عين قيم الاعداد الطبيعية n بحيث $p \gcd(n+3;(3n+2)(n+1)) = 7$

أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

بسـط العدد $\sqrt[6]{5\sqrt{4\sqrt{3\sqrt{490}}}}$

$$2011u - 1432v = 31$$

باستعمال خوارزمية اقليدس عين الثنائية لصحيحة $(u;v)$ التي تحقق

التمرين الثاني (5نقط)

$$8x - 5y = 3 \quad (E)$$

عين مجموعة الثنائيات $(x; y)$ من الاعداد الصحيحة حلول المعادلة

ليكن m عددا صحيحا بحيث توجد الثنائية من الاعداد الصحيحة $(p; q)$ التي تحقق

$$m = 5q + 4; m = 8p + 1$$

بين ان الثنائية $(p; q)$ حل للمعادلة (E) واستنتج ان $m \equiv 9[40]$

عين اصغر عدد صحيح m أكبر من 2000 ويحقق $m \equiv 9[40]$

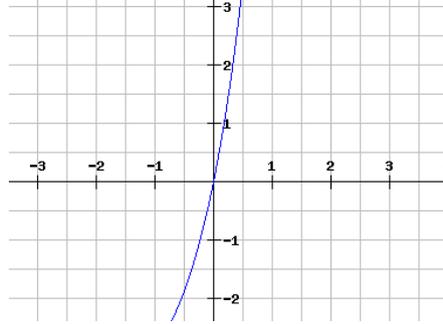
التمرين الثالث (10نقط)

الجزء الأول

$$\psi(x) = e^x(4+x) - 4$$

لتكن الدالة ψ المعرفة على \mathbb{R} كما يلي

ومنحنها البياني كما هو في الشكل ادناه



شكل جدول اشارة الدالة ψ

$$g(x) = e^x(x+2) - x(2x+1)$$

نعرف الدالة g على \mathbb{R} كما يلي

ادرس تغيرات الدالة g' وشكل جدول تغيراتها و جدول اشارتها (استعن بالسؤال الاول)

ادرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها (استعن بالسؤال الثاني)

$$\text{بين ان المعادلة } g(x) = 0 \text{ تقبل حل وحيد } \alpha \in \left[-1; -\frac{1}{2}\right] \text{ واستنتج جدول اشارة } g(x)$$

الجزء الثاني

$$f(x) = \frac{-x^2 e^{2x}}{e^x - x}$$

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي

$$f'(x) = \frac{-x e^{2x} g(x)}{(e^x - x)^2} \quad \text{بين ان}$$

ادرس تغيرات الدالة f موضعا مستقيمتها المقاربة

$$\text{بين ان } f(\alpha) = \frac{-\alpha(2\alpha^2 + \alpha)^2}{(\alpha + 2)^2(\alpha - 1)} \text{ ثم انشئ } (C_f) \text{ في معلم متعامد ومتجانس للمستوي}$$

ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m اشارة وعدد حلول المعادلة $-x^2 e^{2x} + 2x = e^x(m+2) - mx$

الموضوع الثاني

التمرين الاول (5نقط)

اجب عن الأسئلة الآتية المستقلة عن بعضها البعض

ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة 2^n على 10 واستنتج رقم احاد العدد 2018^{1438}

ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة 2^n على 7 ثم عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من اجلها

$$2017^n + 2018^n + 1439^n \equiv 0 \pmod{7}$$

$$\begin{cases} \delta \equiv -1 \pmod{7} \\ \delta \equiv 0 \pmod{13} \end{cases}$$

عين الأعداد الصحيحة δ التي تحقق

$$\ln(t + e^{-t}) = -t + \ln(1 + te^t)$$

بين انه من اجل كل عدد حقيقي t فإن

التمرين الثاني (5نقط)

- (1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على العدد 5.
- (2) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $(2017^{4n+3} - 2 \times 2016^{8n} + 2014^{2n+1})$ على العدد 5 حيث n عدد طبيعي.
- (3) بين أن العدد 131 أولي .

$$\begin{cases} 3m + 7d = 2^n - 48 \\ ab = 5m \end{cases} \quad (4) \text{ عين الأعداد الطبيعية } n \text{ التي تحقق :}$$

حيث ، $d = PGCD(a, b)$ و $m = PPCM(a, b)$.

- (5) عين قيم n بحيث يكون ، $7 < n < 15$ ثم استنتج الثنائيات $(a; b)$.

التمرين الثالث (10نقط)

الجزء الأول

$$\phi(x) = x \ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$$

نعتبر الدالة ϕ المعرفة على $]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[$ كما يلي

أحسب $\phi'(x)$ من أجل كل x من $]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[$

أدرس تغيرات الدالة $\phi'(x)$ وشكل جدول تغيراتها مستنتجا جدول اشارتها على مجال تعريفها

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \phi(x) \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} \phi(x) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \phi(x) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \phi(x)$$

أحسب النهايات

استنتج اتجاه تغيرات الدالة ϕ ثم شكل جدول تغيراتها

أنشئ (C_f) في معلم متعامد متجانس للمستوي

$$\phi(x) = e^m$$

ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة

الجزء الثاني

$$H(x) = \frac{2x}{x+2}$$

نعتبر الدالة H المعرفة على $]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[$ كما يلي

أدرس اتجاه تغير الدالة H ثم شكل جدول تغيراتها

$$\phi(x) - H(x) = x \phi'(x) \quad \text{بين انه من اجل كل } x \text{ من }]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[\text{ فإن}$$

استنتج وضعية المنحني (C_H) بالنسبة الى المنحني (C_ϕ) ثم انشئ (C_H) في المعلم السابق

بين ان المماس للمنحني (C_ϕ) عند النقطة التي فاصلتها β يقطع محور الترتيب عند النقطة التي ترتيبها $H(\beta)$

(حيث β عدد حقيقي موجب تماما)

عن الأستاذ لعلاونة علي