

التمرين الأول: (04ن)

x و y عدنان طبيعيين حيث $0 < x \leq y$

نضع $ppcm(x; y) = m$ و $p \gcd(x; y) = d$
نريد تعيين x و y حيث:

$$m^2 - 5d^2 = 2000 \dots (1)$$

- (1) برهن أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (1) فإن d^2 يكون قاسما للعدد 2000.
- (2) حل العدد 2000 الى جداء عوامل أولية ، ثم استنتج القواسم المربعة التامة للعدد 2000.
- (3) برهن ان 5 هو قاسم مشترك للعددين d و m .
- ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟
- (4) استنتج القيم الممكنة للعددين x و y .

التمرين الثاني: (04ن)

كيس يحتوي على 8كرات بيضاء و12كرة صفراء.

نسحب في آن واحد ثلاثة كرات ونعتبر أن السحبات لها نفس الإحتمال .

- (1) أ- ماهو إحتمال الحصول على كرتين بيضاوين وكرة صفراء
ب- ماهو إحتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل
- (2) لكن x المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب ، عدد الكرات الصفراء المسحوبة .
أ- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي x .
ب- أكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x .
ج - أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي x .

التمرين الثالث: (04ن)

$$\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \frac{u_n + 4v_n}{5} \end{cases} , \begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \end{cases} : \text{بالشكل: } (u_n) \text{ و } (v_n) \text{ متتاليتين عدديتين معرفتين على } \mathbb{N}$$

1 / برهن أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < v_n$

2 / أدرس اتجاه تغير كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

إستنتج أنهما متجاورتين (يمكن إثبات أن المتتالية $w_n = u_n - v_n$ متتالية هندسية)

3 / لتكن المتتالية (x_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $x_n = u_n + \frac{5}{2}v_n$

أ- أثبت أن المتتالية (x_n) متتالية ثابتة

ب- عين النهاية L النهائية المشتركة للمتتاليتين (u_n) و (v_n)

التمرين الرابع: (08ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على $I =]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x + 1 + \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، $(\|\vec{j}\| = 1 \text{ cm} , \|\vec{i}\| = 2 \text{ cm})$

الجزء الأول :

g هي الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -[2(x\sqrt{x} - 1) + \ln x]$

1. احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ في الحالتين $0 < x < 1$ و $x > 1$.
2. احسب نهايتي الدالة f عند $0, +\infty$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f) .
3. احسب $f'(x)$ واستنتج أن إشارتها من نفس إشارة الدالة g .
4. استنتج اتجاه تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
5. أرسم (C_f) والمستقيمين المقاربين

الجزء الثاني :

(u_n) متتالية معرفة بعدها الأول u_0 حيث: $u_0 \in [1; 2]$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا :

$$u_{n+1} = \frac{\ln u_n}{\sqrt{u_n}} + 1$$

1. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; 2]$ لدينا : $0 \leq \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \leq 1$
2. برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا $u_n \in [1; 2]$
3. بملاحظة أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_{n+1} = f(u_n) + u_n$ عين اتجاه تغير المتتالية (u_n)
4. برهن أن المتتالية (u_n) متقاربة ، نسمي العدد l نهايتها
5. احسب بدقة قيمة l .

بالتوفيق للجميع

BAC 2018

مجموعة الرياضيات الجزائرية