

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الثانوية: توفيق خزندار
المستوى: ثالثة ثانوي
المعامل: 7

مديرية التربية لولاية قسنطينة
المادة: الرياضيات
الشعبة: رياضيات

الإثنين 12 مارس 2018

المدة : 4 سا و نصف

بكالوريا بيضاء

دورة مارس 2018

الموضوع الأول

التمرين الأول (4ن):

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة لا نستطيع التفرقة بينها عند اللمس منها:

3 حمراء ، 3 خضراء و 4 بيضاء. نسحب من هذا الكيس ثلاث كرات في آن واحد.(0.25ن).

(1) ما هو احتمال الحصول على نفس اللون؟ ما هو احتمال الحصول على الألوان الثلاثة؟ ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل.(0.25ن+0.25ن+0.25ن).

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب ثلاث كرات "عدد الكرات البيضاء المسحوبة"

(2) ما هو قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ؟ (عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X). (1.25ن).

(3) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X . (0.5ن+0.5ن).

(4) أحسب التباين $V(X)$ و الإنحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X . (0.5ن+0.25ن).

التمرين الثاني (5ن):

نعتبر المتتاليتين (x_n) و (y_n) حدودهما أعداد طبيعية، معرفتان كما يلي:

$$\begin{cases} x_{n+1} = 2x_n - 1 \\ y_{n+1} = 2y_n + 3 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} x_0 = 3 \\ y_0 = 1 \end{cases}$$

(1) برهن أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $x_n = 2^{n+1} + 1$. (1ن).

(2) أحسب $PGCD(x_8; x_9)$ ، ماذا تلاحظ؟ هل العددين x_n و x_{n+1} أوليان فيما بينهما من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ؟ (1ن).

عين $PGCD(x_{2017}; x_{2018})$ ، $PGCD(x_{1438}; x_{1439})$ ثم $PGCD(x_{2967}; x_{2968})$. (0.75ن).

(3) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2x_n - y_n = 5$. عبّر عن y_n بدلالة n . (0.5ن+0.25ن).

(4) أدرس حسب قيم p باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^p على 5. (0.5ن).

(5) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $d_n = PGCD(x_n; y_n)$.

برهن أن $d_n = 1$ أو $d_n = 5$ ثم إستنتج مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها

$PGCD(x_n; y_n) = 1$. (0.25ن+0.75ن).

التمرين الثالث (ن4):

- (1) حل المعادلة التفاضلية : $f' - f = 0$ علماً أن : $f(0) = 2$. (ن1).
- (2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم ، نُعرّف المتتالية العددية (u_n) بـ :
$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \ln f(u_n) \end{cases}$$

برهن أنّ المتتالية (u_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها. (ن1).
- (3) أوجد عبارة الحد العام u_n بدلالة n . (ن1).
- (4) برهن بالتراجع من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ فإنّ :
$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = \left(\frac{\ln 2}{2}\right)n^2 + \left(3 - \frac{\ln 2}{2}\right)n \quad .(ن1)$$

التمرين الرابع (ن7):

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة بـ : $f(x) = x + \ln \left| \frac{x+1}{x-3} \right|$ و (C_f) تمثيلها البياني.
- (1) أ- أدرس تغيّرات الدالة f و المستقيمات المقاربة. (ن0.75+ن1.75).
- ب- أدرس وضعية المستقيم المقارب المائل (Δ) بالنسبة لـ (C_f) . (ن1).
- (2) أ- أثبت أنّه من أجل كل $x \in D_f$: $f(2-x) + f(x) = 2$ ، ماذا تستنتج؟ (ن0.25).
- ب- هل النقطة $\omega(1; 1)$ نقطة إنعطاف للبيان (C_f) ؟ (ن0.25).
- (3) بيّن أنّ المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد $\alpha \in]0.5; 0.51[$. (ن0.75).
- (4) أنشئ بدقة كل من (Δ) و (C_f) . (ن0.75+ن0.25).
- (5) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$x - m - \ln \left| \frac{1-x}{3+x} \right| = 0$$

- (6) لتكن الدالة العددية g المعرفة بـ : $g(x) = \left| |x| + \ln \left| \frac{|x|+1}{|x|-3} \right| \right|$ و (C_g) تمثيلها البياني.
- عيّن مجموعة تعريف الدالة g ثمّ بيّن أنّها زوجية. ماذا تستنتج؟ (ن0.75).
- (7) إشرح كيف يُمكن إنشاء المنحنى (C_g) بإستعمال البيان (C_f) ثمّ أنشئ (C_g) . (ن0.5).

إنتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول (4ن):

في ثانوية ما ، 25% من التلاميذ مستواهم ضعيف في مادة الرياضيات و 15% منهم مستواهم ضعيف في مادة الفيزياء و 10% مستواهم ضعيف في المادتين معاً.
نختار عشوائياً تلميذاً واحداً من هذه الثانوية.

- (1) ما احتمال أن يكون مستوى هذا التلميذ ضعيفاً في مادة الرياضيات و مادة الفيزياء معاً. (1ن).
- (2) ما احتمال أن يكون مستوى هذا التلميذ ضعيفاً في مادة الرياضيات أو في مادة الفيزياء . (1ن).
- (3) إذا كان التلميذ مستواه ضعيفاً في مادة الفيزياء ، ما احتمال أن يكون مستواه ضعيفاً في مادة الرياضيات أيضاً؟ (1ن).
- (4) إذا كان التلميذ مستواه ضعيفاً في مادة الرياضيات، ما احتمال أن يكون مستواه ضعيفاً في مادة الفيزياء أيضاً؟ (1ن).

التمرين الثاني (5ن):

n عدد طبيعي . نعتبر الأعداد:

$$a_n = 4 \times 10^n - 1 , b_n = 2 \times 10^n - 1 \text{ و } c_n = 2 \times 10^n + 10$$

- (1) أحسب كل من b_3 و c_3 ، بيّن أنّ a_n و c_n يقبلان القسمة على 3 و أنّ b_3 عدد أولي. (1ن).
- (2) بيّن أنّ من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $a_{2n} = b_n \times (c_n - 9)$ ، ثمّ إستنتج تحليلاً إلى جداء عوامل أولية للعدد a_6 . (1ن).
- (3) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $PGCD(b_n; c_n) = PGCD(b_n; 11)$. إستنتج أنّ b_n و c_n أوليان فيما بينهما. (1ن).
- (4) نعتبر في المجموعة \mathbb{Z}^2 المعادلة: (E) $b_3x + c_3y = 1$ بيّن أنّ المعادلة (E) تقبل حلاً في \mathbb{Z}^2 . (1ن).
- (5) تحقق أنّ $(-731; 727)$ حلاً للمعادلة (E) ثمّ حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة (E). (1ن).

التمرين الثالث(4ن):

- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بعدها الأول : $u_0 = e$ و من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$ و لتكن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية معرفة بـ : $v_n = \ln(u_n)$.
- 1) أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها q و حدها الأول v_0 . (1ن).
 - 2) أوجد عبارة v_n بدلالة n ، ثمّ إستنتج عبارة u_n بدلالة n . (1ن).
 - 3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع :
 $P_n = u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$ ، $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$
أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ : $P_n = e^{S_n}$. (1ن).
 - 4) إستنتج عبارة P_n بدلالة n . أوجد نهاية S_n ثمّ إستنتج نهاية P_n لما n يؤول إلى $+\infty$. (1ن).

التمرين الرابع(7ن):

- I) لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = -x + e^{x-1}$
 - 1) أدرس تغيّرات الدالة f مستنتجاً إشارتها. (1.5ن).
- II) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $g(x) = 1 + \ln(e^{x-1} - x)$ ، و (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
 - 1) أدرس إتجاه تغيّر الدالة g . (0.5ن).
 - 2) أحسب النهايات عند حدود مجموعة تعريف الدالة g . (0.75ن).
 - 3) شكّل جدول تغيّرات الدالة g . (0.25ن).
 - 4) أحسب نهاية $[g(x) - x]$ لما x يؤول إلى $+\infty$ ، ماذا تستنتج؟ (0.25ن+0.25ن).
 - 5) أحسب $g(0)$ ثمّ بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً آخرأً وحيداً α حيث : $1.75 < \alpha < 1.76$. (1ن).
 - 6) أرسم (C_g) . (1ن).
- III) ليكن n عدد طبيعي .
 - 1) أحسب العبارة : $I_n = \int_n^{n+1} [x + f(x)]$. (0.5ن).
 - 2) بيّن أنّ (I_n) متتالية هندسية. (0.5ن).
 - 3) أحسب المجموع : $S_n = I_0 + I_1 + I_2 + \dots + I_{n-1}$ بدلالة n . (0.5ن).

إنتهى الموضوع الثاني