على المترشح ان يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (5 ن)

المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B و C ذات اللواحق $z_A = 2$ ، $z_B = 1+i\sqrt{3}$ و $z_C = \overline{z_B}$ على الترتيب

أ) 1) أعط الكتابة الأسية للعدد z_B ثم للعدد z_C

2) بين أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

3) أنشئ النقط A ، B و C ثم عين طبيعة الرباعي $OBAC$.

4) عين ثم أنشئ المجموعة (E) للنقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $|z|=|z-2|$

ب) T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z وتختلف عن النقطة A بالنقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z'=\dfrac{-4}{z-2}$

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة $z=\dfrac{-4}{z-2}$ ثم أستنتج صورتي B و C بالتحويل T

2) G مركز ثقل المثلث OAB ، عين ثم أنشئ النقطة G' صورة النقطة G بالتحويل T

3) أ) من أجل كل نقطة M تختلف عن A بين أن : $AM'=\dfrac{2\times OM}{AM}$

ب) نفرض أن النقطة M تنتمي إلى المجموعة (E) ما هي مجموعة النقط M' ؟

التمرين الثاني (4 ن)

أ - (u_n) متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = 5$ و أساسها 4 .

1) أكتب الحد العام u_n بدلالة n

2) أحسب قيمة المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ بدلالة n.

3) إذا كان مجموع خمسة حدود متعاقبة من (u_n) هو 2025 فما هو الحد الأول من هذه الحدود

ب - (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = (2n+1)\times 2^{(4n+5)}$

1) عين تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7

2) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون باقي قسمة v_n على 7 هو 3

3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\times 3\times 5\times .....\times (2n+1) = \dfrac{(2n+1)!}{2^n \times n!}$

4) استنتج قيمة الجداء $P_n = v_0 \times v_1 \times ... \times v_n$ بدلالة n.

التمرين الثالث (4 ن)

عمر و حمزة راميا قوس، كل منهما يسدد سهما نحو هدف مقسم الى ثلاث مناطق $(C-B-A)$

نفرض أن كل رامي يصيب في كل رمية منطقة واحدة و واحدة فقط.

إذا علمت أن : - إحتمالات إصابة الرامي عمر المناطق $(C-B-A)$ على الترتيب هو $\left(\dfrac{7}{12},\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{12}\right)$

- إحتمالات إصابة الرامي حمزة المناطق $(C-B-A)$ متساوية.

1) الرامي عمر يسدد سهمه ثلاث مرات متتابعة :

أ - ما احتمال أن يصيب في كل رمية المنطقة (C) ؟

ب - ما احتمال أن يصيب المناطق $(C-B-A)$ بهذا الترتيب ؟

جـ - ما احتمال أن يصيب المناطق $(C-B-A)$؟

2) نختار أحد الراميين مع العلم أن احتمال اختيار الرامي عمر ضعف إحتمال اختيار الرامي حمزة.

أ - في حالة تسديد رمية واحدة. ما احتمال أن تصيب هذه الرمية المنطقة (C)؟

ب - علما أن رمية واحدة قد سُدِّدت و أصابت المنطقة (C)، ما احتمال أن تكون هذه الرمية للرامي عمر ؟

التمرين الرابع (7 ن)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$ بـ : $f(x) = (x+2) - 2\ln|2x+1|$

و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x \to -\frac{1}{2}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2) أثبت أن (C) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه -3 ثم أكتب معادلته.

3) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$.

4) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1.3 < \alpha < -1.2$

5) أرسم (T) و (D) ثم أنشئ المنحنى (C). (علما أن (C) لا يقبل نقطة إنعطاف)

6) أ) بإستعمال المكاملة بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto ln(2x+1)$ على المجال $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ والتي تنعدم من أجل $x = 0$

ب) λ عدد حقيقي حيث $-\frac{1}{2} < \lambda \le \frac{3}{2}$. أحسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها $x = \frac{3}{2}$ ، $x = \lambda$ و $y = 0$.ثم أحسب $\lim\limits_{\lambda \to -\frac{1}{2}} S(\lambda)$

7) ناقش بيانا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = -3x + m$.

8) g دالة عددية معرفة على $R - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بـ: $g(x) = \frac{3}{2} + \left|x + \frac{1}{2}\right| - 2\ln|2x+1|$

- برهن أن المستقيم (K) الذي معادلته $x = -\frac{1}{2}$ محور تناظر للمنحنى (C_g) الممثل للدالة g

- إشرح كيفية إنشاء المنحنى (C_g) إنطلاقا من المنحنى (C) ثم أنشئه.

الموضوع الثاني

التمرين الأول (05 ن)

نعتبر العدد المركب $L(z)=\dfrac{z-i}{z-1}$ حيث $z\neq 1$

I) 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة $L(z)=\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}i$ وليكن z_0 حل هذه المعادلة.

2) أكتب z_0 على الشكل الأسي ثم عين قيم العدد الطبيعي n: $z_0^{3n}=2^{\frac{9n}{2}}$.

3) عين العدد المركب z_1 بحيث $\left|L(z_1)\right|=1$ و $arg\left[L(z_1)\right]\equiv\dfrac{3\pi}{2}[2\pi]$ ثم بين أن $z_1^{2015}=2^{1007}(1-i)$.

4) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $z_0^{4n}+z_1^{4n}$ حقيقي.

II) المستوى المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O\,;\vec{u},\vec{v}\right)$

نعتبر النقط A ، B ، C ، D و M ذات اللواحق 1 ، i ، $1+i$ ، $-2-2i$ و z على الترتيب

1) * أكتب العدد $\dfrac{z_D-z_C}{z_A-z_C}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي.

* أستنتج أنه يوجد تحويل نقطي يحول النقطة A إلى النقطة D يطلب تحديد عناصره المميزة .

2) لتكن (S) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $arg\left[L(z)\right]=-\dfrac{\pi}{2}+2\pi k,k\in Z$

* تحقق من أن النقطة C تنتمي إلى المجموعة (S).

* أعط تفسيرا هندسيا لـ $arg\left[L(z)\right]$ ثم عين المجموعة (S).

التمرين الثاني (04 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقطتان $A(2,2,-1)$ ، $B(1,0,1)$

و المستوي (P) الذي معادلته : $2x+y+2z-13=0$.

1) أ) عين المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها B ونصف قطرها 3.

ب) حدد تقاطع المستوي (P) وسطح الكرة (S).

2) (D) المستقيم المار من النقطة A و العمودي على المستوي (P)

أ) أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

ب) أدرس الوضع النسبي للمستقيم (D) و سطح الكرة (S).

3) (S_t) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق المعادلة الديكارتية

$$x^2+y^2+z^2-2tx-2tz+2t^2-9=0 \text{ حيث } t\in\mathbb{R}$$

أ) بين أن (S_t) معادلة سطح كرة مركزها H_t ونصف قطرها r.

ب) عين مجموعة النقط H_t عندما t يمسح $\mathbb{R}$.

جـ) أدرس حسب قيم t الوضع النسبي لـ (S_t) و (P).

التمرين الثالث (04 ن)

نعتبر الأعداد الطبيعية : $a=2n+1$ ، $b=4n+3$ و $c=2n+3$ حيث n عدد طبيعي أكبر تماما من 2

1) تحقق من أن : $b=2a+1$ ثم أستنتج أن a و b أوليان فيما بينهما و $PGCD(a,b,c)=1$.

2) عين تبعا لقيم العدد n القاسم المشترك الأكبر للعددين b و c.

3) عين قيمة n بحيث يكون $PGCD(b,c)=3$ و $PPCM(b,c)=1305$.

4) أكتب العدد b^2 في نظام العد الذي أساسه a.

5) نفرض أن (a,b,c) هي إحداثيات نقطة D في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

أ) بين أن النقطة D تنتمي إلى مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيلاً وسيطيا له.

ب) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) الذي يشمل المبدأ O و يحوي المستقيم (Δ)، ثم أستنتج معادلة المستوي (P).

التمرين الرابع (07 ن)

f دالة عددية معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{(\ln x)^2}{x}$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

ا) 1) برهن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ و فسر النتائج بيانيا.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $]0,+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أنه من أجل كل $x\in]0,+\infty[$: $f''(x)=\dfrac{2\left[(\ln x)^2-3\ln x+1\right]}{x^3}$ ثم أستنتج أن المنحنى (C) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيينهما.

4) $\alpha \in]0,+\infty[$ ، A نقطة من (C) فاصلتها α و (T_α) المماس للمنحني (C) في A.

1°) بيّن أنّ (T_α) يمّر بالمبدأ O إذا وفقط إذا كان $f(\alpha)-\alpha f'(\alpha)=0$.

2°) أستنتج وجود مماسين (T_a) و (T_b) يمرّان بالمبدأ O ثم عيّن معادلة كل من (T_a) و (T_b).

5) أرسم المماسين (T_a) ، (T_b) ثمّ إنشئ المنحنى (C).

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x)=mx$.

II) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع : $I_n = \int_1^{e^2} \frac{(\ln x)^n}{x^2}dx$.

1) بإستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $I_1 = 1-\frac{3}{e^2}$.

2) بإستعمال المكاملة بالتجزئة برهن أن : $I_{n+1} = \frac{-2^{n+1}}{e^2}+(n+1)I_n$ حيث $n \geq 1$

3) أستنتج القيمة المضبوطة لـــ I_2 و فسر النتيجة هندسيا.

بالتوفيق ...