الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية ميلة

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي (تجريبي) | مقاطعات ميلة 1 -2 -3

الشعبة : رياضيات | دورة : ماي 2018

اختبار في مادة : الرياضيات | المدة : 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول : (04 ن)

- أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة مما يلي:

1) إذا كان b, a عددان طبيعيان غير معدومين أوليين فيما بينهما فإن : $PGCD(a+b, ab)=1$.

2) رقم آحاد العدد $(1439)^{2018}$ يساوي الواحد .

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

3) لتكن النقط $A(1;1;2)$ ، $B(1;1;-2)$ و $C(0;1;0)$. المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي : $2x-y+1=0$

4) (P) مستوي معادلته الديكارتية $x+y+z-3=0$. ولتكن النقطتان $C(3;-2;2)$ و $D(6;1;5)$

المستقيم (CD) عمودي على المستوي (P) في النقطة C .

5) شعاع توجيه للمستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي : $(t \in]0,+\infty[)$ $\begin{cases} x = 1-\ln t \\ y = -\ln\left(\frac{e}{t}\right) \\ z = -1+\ln\left(e^2 t\right) \end{cases}$ هو $\vec{U}(-1;-1;1)$

التمرين الثاني : (04.5 ن)

يحتوي صندوق على 14 كرة متجانسة و مرقمة من 1 الى 14.

نسحب بطريقة عشوائية و في آن واحد ثلاث كرات.

1) احسب احتمال الحوادث الآتية :

E_1 " الأرقام التي تحملها الكرات من مضاعفات 4 "

E_2 " كرتين على الأكثر تحمل رقما يقبل القسمة على 4"

E_3 " الكرات تحمل أعدادا يمكن تشكيل بها متتالية حسابية أساسها 4 "

2) نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات التي أرقامها تقبل القسمة على 4 .

- عين قانون الاحتمال لهذا المتغير ثم أحسب أمله الرياضي.

3) A و B حادثتان من فضاء احتمالي حيث : $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

أ- اثبت أن $P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A})\times P(B)$ حيث $\overline{A}$ ترمز للحادثة العكسية لـ A

- استنتج أن $P(\overline{A}\cap \overline{B})=P(\overline{A})\times P(\overline{B})$ حيث $\overline{B}$ ترمز للحادثة العكسية لـ B

- نضع $P(A)=a$ و $P(B)=b$. أحسب $P(\overline{A}\cap \overline{B})$ بدلالة a و b

ب- نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ $f(x)=e^{-x}+x-1$

- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $1-x\le e^{-x}$.

ج - بفرض أن $a+b=\frac{1}{2}$. أثبت أن $\frac{1}{2}\le P(\overline{A}\cap \overline{B})\le \frac{1}{\sqrt{e}}$

التمرين الثالث (05 ن)

نعتبر العدد المركب a حيث $a=1-3i$ ولتكن المعادلة :

$$z^3+2\alpha z^2+14z-2\beta=0 \;.......(E)$$

حيث α , β عددين حقيقيين .

أ- إذا كان a حل للمعادلة (E) بين أن $\overline{a}$ حل لها ، ثم أوجد العددين الحقيقيين α , β .

ب- بوضع $\beta=10$, $\alpha=-2$ عين حلول المعادلة (E) .

في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C لواحقها على الترتيب :

$$c=\operatorname{Im}(b^2)\;,\; b=1+i\;,\; a=1-3i$$

1) أ- عين d لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{-\pi}{2}$.

ب- عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $z+e^{\frac{\pi}{2}i}=\sqrt{5}e^{i\theta}$ لما θ يمسح IR .

2) أ- برر وجود تشابه مباشر S يحول C إلى D و O نقطة صامدة بواسطة S .عين عناصره المميزة .

ب- عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة A بالتحويل S .

ج- E نقطة من المستوي لاحقتها $z_E=-2$. عين $z_{E'}$ لاحقة E' صورة النقطة E بالتحويل S .

د- ماذا تستنتج بالنسبة للمثلثين $DE'A'$ و CEA .

3) عين (Γ') مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\arg\left[(z-z_E)^2\right]=\arg\left(z_B{}^{2018}\right)+\arg\left(z_E{}^{29}\right)$

التمرين الرابع : (06.5 ن)

g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}$

1. احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
2. احسب $g'(x)$ ثم حدد اتجاه تغير الدالة g .
3. استنتج إشارة $g(x)$ و ذلك حسب قيم x .

I. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ $\begin{cases} f(x)=x^2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) & : x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1) أ- اثبت أن f دالة مستمرة على يمين 0 .

ب- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f وذلك على يمين 0 . فسر هندسيا النتيجة المحصل عليها .

2) اثبت أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. (يمكن وضع $t=\frac{1}{x}$)

3) احسب $f'(x)$ من أجل $x>0$. شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) برهن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=-\frac{1}{2}$. فسر النتيجة هندسيا ثم ارسم (C_f) .

II. n عدد طبيعي غير معدوم . ولتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ $u_n=\int_1^n x^2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)dx$.

أ- باستعمال التكامل بالتجزئة أوجد عبارة u_n بدلالة n . (لاحظ أن: $\frac{x^2}{x+1}=x-1+\frac{1}{x+1}$)

ب- اعط تفسيرا هندسيا للحد u_{2018} .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

التمرين الأول : (04.5 ن)

1) أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 .

ب- استنتج باقي قسمة العدد $3+2018^{2021^{1439}}$ على 7 .

ج- عين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $2^{2n}-2^{6n}+2^n \equiv 5[7]$

2) أ- عين $PGCD(828;144;2340)$.

ب- نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية $\mathbb{Z}$ المعادلة $828x-2340y=\alpha.......(E)$ (α عدد صحيح نسبي).

- عين مجموعة قيم α حتى تقبل المعادلة حلولا في المجموعة $\mathbb{Z}^2$.

- بوضع $\alpha=144$. عين مجموعة الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) .

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{ab0ab}$ في نظام تعداد أساسه 5 ، و يكتب $\overline{ba200}$ في نظام تعداد أساسه 6 .

- عين الأعداد الطبيعية a , b ثم اكتب العدد N في النظام العشري .

4) أ- حلل العدد 2018 إلى جداء عوامل أولية .

ب- عين الثنائيات الطبيعية (x,y) بحيث :
$$\begin{cases} m+d=2018 \\ d>2 \\ d=PGCD(x,y) \quad \text{و} \quad m=PPCM(x,y) \end{cases}$$

التمرين الثاني : (04 ن)

يحتوي صندوق U_1 على 6 كرات مرقمة بـ $2;2;1;1;1;0$ (كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس)

نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق U_1

I. أ- احسب عدد الحالات الممكنة للسحب .

ب- نعتبر الحوادث التالية: A " الكرتان تحملان نفس الرقم"

B " كرة واحدة تحمل رقما فرديا على الأكثر"

C " الكرتان تحملان رقمين يمكن تشكيل بهما عددا مكتوبا في النظام الثنائي "

- أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(C)$

- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لكرتين من الصندوق U_1 جداء الرقمين المسجلين .
- عرف قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضياتي .

II. نعتبر صندوق آخر U_2 يحتوي على 9 كرات منها 3 حمراء ، 4 بيضاء وكرتان خضراوان .
نسحب في آن واحد n كرة من U_2 حيث n هو مجموع أرقام الكرتين المسحوبتين من U_1

- احسب احتمال الحادثة A_1 حيث :
A_1 " سحب ثلاث كرات تحمل كل ألوان العلم الوطني "

التمرين الثالث (05 ن)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط D,C,B,A و H ذات اللواحق على الترتيب $z_A = a$ ، $z_B = 1+\frac{a-1}{a}i$ ، $z_C = ia$ ،

$z_D = -\frac{1}{a}i$ ، $z_H = z_D + 1$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما و يختلف عن 1 .

1. أ) تحقق أن $z_B - z_D = \overline{z_D}(z_A - z_C)$

ب) استنتج أن المستقيمين (AC) و (BD) متعامدان .

2. أ) عين الكتابة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول A إلى B و يحول C إلى D.

ب) حدد z_ω لاحقة المركز ω للتحويل S ، ثم عين العناصر المميزة لهذا التحويل .

ج) بين أن المثلثين OAC و BHD متشابهان ، ثم جد علاقة بين مساحتيهما .

3. نعتبر (M_n) متتالية نقط من المستوي حيث M_0 تمثل النقطة A ومن أجل كل عدد طبيعي n : $M_{n+1} = S(M_n)$

باعتبار z_n لاحقة النقطة M_n و بوضع $u_n = |z_n - z_\omega|$ من أجل كل عدد طبيعي n .

أ) بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) عين قيم العدد a حتى تكون (u_n) متقاربة .

ج) نرمز بـ I_n إلى مجموع أطوال القطع المستقيمة $[A\omega]$ ، $[M_1\omega]$ ، $[M_2\omega]$ ،.......، $[M_n\omega]$ ، $[M_{n+1}\omega]$

- احسب المجموع I_n بدلالة n .

4- نعتبر (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق $z = a(1+e^{i\theta})$ حيث $\theta \in IR$

- عين مجموعة النقط (Γ) لما يمسح θ المجموعة IR .

التمرين الرابع : (06.5 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $IR-\{0\}$ بـ $f(x)=x+\ln|e^x-1|$

نرمز بـ (C_f) للتمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim_{x\to 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x فإن : $f'(x)=\dfrac{2e^x-1}{e^x-1}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) أ- اثبت أن (C_f) يقبل (Δ) مستقيم مقارب مائل بجوار $-\infty$ يطلب كتابة معادلة ديكارتية له .

ب- بين أنه من أجل كل x من $]0,+\infty[$ يكون $f(x)=2x+\ln\left(1-\dfrac{1}{e^x}\right)$

ج- استنتج أن (C_f) يقبل (Δ') مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$ يطلب كتابة معادلة ديكارتية له .

د - حدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

هـ - عين معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $\ln 2$.

3) أ- برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق : $0,4<\alpha<0.5$ ثم استنتج إشارة $f(x)$.

ب- برهن أن العدد α يحقق $e^{2\alpha}-e^{\alpha}-1=0$ ثم أرسم كلا من (Δ) ، (Δ') و (C_f) .

ج - m وسيط حقيقي. ناقش حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=|m|x$

انتهى الموضوع الثاني