ثانوية أول نوفمبر 1954

المدة: ساعتان

التاريخ: 2018/12/03

3

رياضيات+ تقني ر

الرياضيات

الاختبار الاوّل في مـــــــــادة

التمرين الأول: التوقيت (30 دقيقـــــــــــة)

05 نقاط

(ملاحظة : كل إجابة دون تبرير لا تأخذ بعين الاعتبار)

أجب بصحيح أو خطأ في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير

1) من أجل كل عدد طبيعي n : 3 يقسم $2^{2n}-1$

2) باقي قسمة العدد 2018^{1439} على 7 هو 2

3) في نظام التعداد ذي الأساس 7 يكون $\overline{3421}^7+\overline{1562}^7=\overline{5413}^7$

4) المعادلة : $21x+14y=40$ لا تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$

5) في مجموعة الأعداد الصحيحة ، المعادلة : $x^2-x+6\equiv 0[9]$ حلولها تحقق $x\equiv 4[9]$ أو $x\equiv 6[9]$

التمرين الثاني: التوقيت (30 دقيقـــــــــــة)

06 نقاط

المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$

f الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\sqrt{\frac{1+x^2}{2}}$ و ليكن (C_f) منحنيها البياني (في الوثيقة المرفقة) .

1) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$

2) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على N بـ : $u_0=3$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.

أـ مثل(على الوثيقة المرافقة) الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على محور الفواصل دون حساب الحدود .

ب ـ أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

جـ ـ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>1$.

دـ بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ثم استنتج انها متقاربة معينا نهايتها

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بـــ : $v_n=u_n{}^2-1$ ،

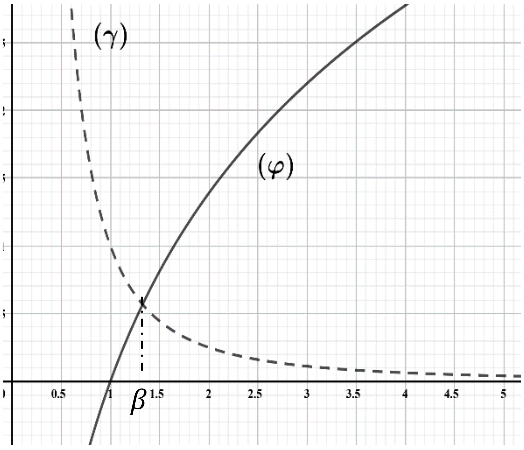
أ/ برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$، أحسب حدها الأول.

ب/ أكتب v_n بدلالة n و u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ من جديد

4) أحسب بدلالة n كلا من المجاميع الآتية: $S_n=u_0{}^2+u_1{}^2+\cdots\ldots+u_n{}^2$

$T_n=v_0+2v_1+2^2v_2+\cdots+2^nv_n$ $\qquad$ $L_n=ln(v_0)+ln(v_1)+\cdots+ln(v_n)$

09 نقاط	التوقيت (50 دقيقـــــــــة)	التمرين الثالث



الجزء الأول:

(γ) و (φ) التمثيلان البيانيان للدالتين $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ و $x \mapsto 2lnx$

على الترتيب في المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ كما في الشكل المقابل:

β هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (φ) حيث: $1.32 < \beta < 1.33$

g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{1}{x^2} - 2lnx$.

أ) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (φ) على $]0;+\infty[$ ،

ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + ln\,x)$.

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب: $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) أ/ أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{-g\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$.

ب/عين دون حساب: $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f\left(\frac{\beta h+1}{\beta}\right) - f\left(\frac{1}{\beta}\right)}{h}$، ثم فسر النتيجة هندسيا .

ج/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ)، يطلب كتابة معادلته.

ب/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلّين x_1 و x_2 حيث $0.3 < x_1 < 0.4$ و $2.5 < x_2 < 2.6$.

ج/ أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) . (نأخذ $f\left(\frac{1}{\beta}\right) \simeq 2.15$)

5) m عدد حقيقي، h'_m الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال: $]0;+\infty[$ بـ:

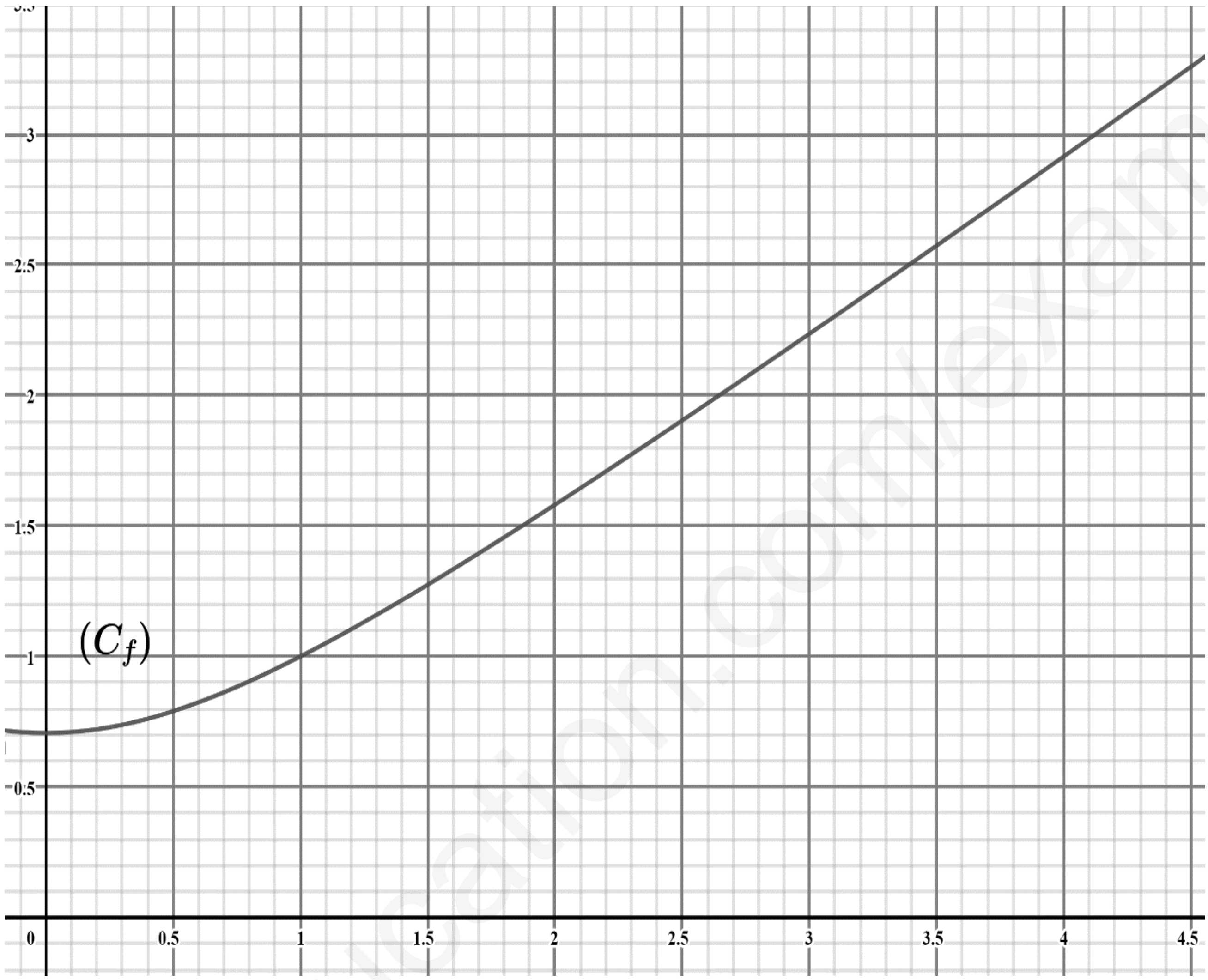
$$h_m(x) = (1 - m)x + 2lnx + (lnx)^2$$

أ/ أحسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m

ب/ باستعمال المنحنى (C_f) ، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x) = 0$

ملاحظة : تعاد الوثيقة مع ورقة الإجابة ولو كانت فارغة

الإسم واللقب : .... القسم : ....



.... *** انتهـــــــــى ***

حكمة: تستطيع أن تنجح في حياتك ولو كان كل الناس يعتقدون انك غير ناجح ولكنك لا تنجح أبدا إذا كنت تعتقد في نفسك انك غير ناجح.

الأستاذ: تونسي ن يتمنى لكم التوفيق والنجاح