الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الأغواط

ثانوية الشيخ أحمد قصيبة مع ثانوية عمر دهينة

الاختبار الثاني في مـــادة الرياضيات لسنوات الثالثة رياضيات

2019/03/04

من 8:00 ← إلى 11:00

ملاحظة

- يحتوي الموضوع على سؤال نظري و تمرينين.
- كل التمارين إجبارية .
- تُمنح نُقْطَةٌ وَاحِدَةٌ عَلَى تَنْظِيمِ وَرَقَةِ الإِجَابَةِ.

السُّؤَالُ النَّظَرِي:(نُقْطَةٌ وَاحِدَةٌ)

بين أنه من أجل كل θ من $\mathbb{R}$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $(cos(\theta)+i\,sin(\theta))^n = cos(n\theta)+i\,sin(n\theta)$.

التمرين الأوّل: (08 نِقَاطٍ):

g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-x^2-2+2ln\,x$.

1) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$، $ln\,x<\frac{1}{2}x^2+1$.

f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-1+\frac{2ln(x)}{x}$.

C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب $f(1)$ و فسّر النتيجة هندسيا.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$، $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$.

3) استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.(حساب النهايات عند أطراف مجال التعريف مطلوب).

4) بين أنَّ المستقيم Δ ذو المعادلة $y-x+1=0$ مقارب مائل لِـ: C_f . ثم استنتج الوضع النسبي بين C_f وَ Δ.

5) عين قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون $T: y=x+\alpha$ مماساً لِـ: C_f .

6) في الشكل (1) جدول تغيرات الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=\frac{2ln\,x}{x}-\frac{2}{e}$.

x	0	e	$+\infty$
$h(x)$	$\nearrow$		$\searrow$

الشكل (1)

- أحسب $h(e)$ ثم استنتج الوضع النسبي بين C_f وَ T.

7) بين أنَّ المعادلة $f(x)+3=0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $0.51<\alpha<0.53$.

- أنشئ Δ وَ T وَ C_f في نفس المعلم.

8) ناقش بيانيا وَ حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $-x+ln\left(\frac{x^2}{e^{mx}}\right)=0$.

9) K الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $K(x)=[f(x)]^2+3[f(x)]$.

- استنتج مجموعة حلول المعادلة $K(x)=0$.

التمرين الثاني: (10 نقاط):

P كثير حدود معرف على $\mathbb{C}$ بـ : $P(z)=z^3+z^2-2$.

1) أحسب $P(1)$ ثم استنتج تحليلا لـ $P(z)$.

2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2+2z+2=0$.

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A, B, C و D التي لواحقها على الترتيب : $z_A=-1+i$, $z_B=-1-i$, $z_C=i^{1440}$ و $z_D=3-i$.

1- أثبت أن النقطة C تقع على حامل محور الفواصل.

2- أكتب z_B على الشكل الأسي ثم عين قيم العدد الطبيعي α التي من أجلها يكون: $\left(\frac{z_B}{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}}\right)^{\alpha}$ تخيليا صرفا.

3- ليكن H التحاكي الذي مركزه C و نسبته 2 وَ R الدوران الذي مركزه C و $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ زاوية له.

- عين z_D لاحقة D صورة A بالتحاكي H و z_E لاحقة E صورة D بالدوران R .

- عين اللاحقة z_F للنقطة F نظيرة E بالنسبة إلى A.

- استنتج طبيعة الرباعي $DFCE$.

4- عين طبيعة التحويل $S=H\circ R$ و عناصره المميزة.

5- تعرّف من أجل كل عدد طبيعي n حيث $(n\in\mathbb{N}^*-\ 1\ )$ التحويل النقطي S'_n كما يلي: $S'_n=\underbrace{S\circ S\circ\ldots\circ S}_{n\ fois}$.

- عين قيم n حتى يكون S'_n تحاكياً.

6- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي β بحيث يكون: $|z_A|^{4\beta}+|z_B|^{8\beta}+\beta+1$ قابلا للقسمة على 3.

7- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_n=\|\overrightarrow{CM_n}\|$ حيث $M_{n+1}=S(M_n)$ وَ M_0 نقطة لاحقتها $2i$.

- أثبت أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول u_0.

- أكتب بدلالة n الحد العام للمتتالية (u_n). هل (u_n) متقاربة ؟ علل الإجابة.

8- يحتوي كيس على أربع كريات تحمل العدد (-1) و ثلاث كريات تحمل الحرف $(-i)$ و كريتان تحمل الحرف (i),

كل الكريات لا نفرق بينها عند اللّمس, باعتبار الحرف (i) يرمز إلى العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له.

الجزء الأوّل: نسحب و في آن واحد كريتين من هذا الكيس و نسجل على لوح إلكتروني مجموع العددين المسجلين عليهما .

1) أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث التالية:

A_1 : "يُسجل على اللوح الإلكتروني لاحقة النقطة A".

A_2 : "طويلة العدد المسجل على اللوح الإلكتروني تساوي 2 ".

A_3 : "العدد المسجل على اللوح الإلكتروني شكله الأسي $\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{4}}$ ".

الجزء الثاني: نعيد الكرتين المسحوبتين إلى نفس الكيس, ونقترح التجربة التالية :

نسحب و في آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس و نسجل على لوح إلكتروني جداء الأعداد المسجلة على الكريات.

1) أحسب احتمال الحادثة, B_1 : " العدد المسجل على اللوح الإلكتروني حقيقي".

نتمنى النّجاح للجميع

لتحقيق النجاح،اعمل كما لو كان يستحيل عليك أن تفشل.