

فرض ثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات

السنة الدراسية: 2020/2019

ثانوية قصر بلقاسم الجديدة

المدة: ساعة

المستوى: ثلاثة رياضيات

تمرين

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كمايلي: $g(x) = 1 - xe^x$.

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in [\frac{1}{2}, 1]$ ثم استنتج من أجل $x > \alpha$ أن $g(x) < 0$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كمايلي: $f(x) = \frac{1+x}{e^x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

1. بين نهاية الدالة f عند $+\infty$ هي 0. فسر النتيجة هندسيا ثم أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$.

2. بين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x+1)e^x = 0$ ثم استنتج أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)] = 0$ أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

3. حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (d) ذو المعادلة: $y = x + 1$.

4. بين أن من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x+1)^2}$.

5. بين أن: $f(\alpha) = \alpha$ ثم أعط جدول تغيرات f .

(III) نعتبر (u_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} كمايلي: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. احسب u_1 .

2. برهن على أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq \alpha$ و $u_n \leq u_{n+1}$ - استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

3. نمرز بـ a إلى نهاية المتتالية (u_n) . برر أن $(a) = a$ ثم استنتج قيمة a .

4. بأخذ u_2 كقيمة تقريبية إلى α ، احسب u_2 ثم أنشئ المستقيم (d) والمنحنى (C_f) .