

## اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة : ساعتان

المستوى : ثالثة رياضيات

## التمرين الأول : (14 نقاط)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (I) نعتبر الدالة  $f_1$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كمايلي :  $f_1(x) = 2x + 3 - (x + 1)e^x$  ، و  $(C_1)$  تمثيلها البياني .

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x)$
2. (أ) - بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو معادلته  $y = 2x + 3$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_1)$  عند  $-\infty$  .  
(ب) - ادرس وضعية  $(C_1)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  .
3. (أ) - أحسب  $f_1'(x)$  و  $f_1''(x)$  ثم أدرس تغيرات الدالة  $f_1'$  .  
(ب) - أحسب  $f_1'(0)$  واستنتج إشارة  $f_1'(x)$  .  
(ج) - أدرس إتجاه تغير الدالة  $f_1$  . ثم شكل جدول تغيراتها .
4. بين أن المعادلة  $f_1(0) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث :  $0.92 < \alpha < 0.93$  و  $-1.56 < \beta < -1.55$  .
5. أنشئ كلا من  $(\Delta)$  و  $(C_1)$  .

(II)  $m$  وسيط حقيقي غير معدوم ، نعتبر الدالة  $f_m$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب :  $f_m(x) = 2x + 3 - (x + 1)e^{mx}$  ، و  $(C_m)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق .

1. بين أن جميع المنحنيات  $(C_m)$  تشمل نقطتين ثابتتين يطلب تعيين إحداثيتهما .
2. أكتب معادلة المماس للمنحنى  $(C_m)$  عند النقطة  $A(0; 2)$  .
3. (أ) - بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = 2x + 3$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_m)$  .  
(ب) - ادرس وضعية  $(C_m)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  .
4.  $n$  عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2 ،  $f_m^{(n)}$  المشتقة من الرتبة  $n$  للدالة  $f_m$  .  
برهن بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي  $n \geq 2$  .  $f_m^{(n)} = -m^{n-1}(mx + m + n)e^{mx}$  .

## التمرين الثاني : (6 نقاط)

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $[\frac{1}{2}; +\infty[$  كمايلي  $f(x) = \frac{3x-1}{2x}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

1. (أ) - أدرس إتجاه تغير الدالة  $f$  .  
(ب) - أنشئ كلا من  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  .
2.  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول  $u_0 = 2$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = f(u_n)$  .  
(أ) - باستعمال الرسم المحصل عليه، مثل على محور الفواصل و بدون حساب، الحدود:  $u_0, u_1, u_2, u_3$  .

(ب) - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n > 1$

(د) - أثبت أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما، ماذا تستنتج ؟

3. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(u_n - 1)$

(ب) - استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n - 1 \leq (\frac{1}{2})^n$  ثم استنتج نهاية المتتالية  $(u_n)$

4. لتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة كإيلي : من أجل كل عدد طبيعي  $n : v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$

(أ) - بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول  $v_0$  ثم أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ .

(ب) - احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث  $S_n = \frac{v_0 - 1}{u_0} + \frac{v_1 - 1}{u_1} + \dots + \frac{v_n - 1}{u_n}$