الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطنـي
الناحية العسكرية الأولى
الشهيـد بوقارة أحمد
مدرسة أشبال الأمة بالبليدة

السنة الدراسية: 2020/2019
المستوى: السنة الثالثة ثانوي
الشعبة: رياضيات
المدة: 04 ساعات و 30 دقيقة

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات
دورة أوت 2020

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقاط)

أذكر صحة أو خطأ كل اقتراح مما يلي مع التبرير .

الاقتراح الأول: من أجل كل عدد طبيعي n ، 3 يقسم العدد الطبيعي $2^{2n}-1$.

الاقتراح الثاني: إذا كان العدد الصحيح x حلا للمعادلة : $x^2+x\equiv 0[6]$ فإن $x\equiv 0[3]$.

الاقتراح الثالث: مجموعة ثنائيات الأعداد الصحيحة $(x;y)$ حلول المعادلة $12x-5y=3$ هي مجموعة الثنائيات $(4+10k\ ;9+24k)$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

الاقتراح الرابع: توجد ثنائية أعداد طبيعية وحيدة $(a;b)$ تحقق: $a<b$ و $PPCM(a;b)-PGCD(a;b)=1$

الاقتراح الخامس: M و N عددان طبيعيان يكتبان في النظام العشري $\overline{abc}$ و $\overline{bca}$ على الترتيب.
إذا كان M قابلا للقسمة على 27 فإن العدد الصحيح $M-N$ يقبل القسمة على 27 .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء لا نفرق بينها عند اللمس. نسحب عشوائيا كرة واحدة من هذا الصندوق ونسجل لونها ، ثم نعيدها إلى الصندوق ونسحب منه كرة ونسجل لونها وننهي التجربة .

1) أحسب احتمالات الحوادث التالية :

A : "الحصول على كرتين بيضاوين" .

B : "الحصول على كرتين من نفس اللون".

2) نعرف لعبة حظ كما يلي: تمنح لكل كرة بيضاء العلامة α حيث $\alpha\in\mathbb{R}$ ، ولكل كرة سوداء العلامة $(-\alpha)$.
ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب كرتين مجموع النقاط المحصل عليها .

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي $E(X)$.

ب) عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون اللعبة مربحة.

3) نضيف $(n-3)$ كرة سوداء إلى الصندوق ونعيد عملية السحب المعرفة أعلاه.

ما هو عدد الكرات السوداء التي تم إضافتها إلى الصندوق علما أن احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt{3u_n + 4} \end{cases}$

1) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 \le u_n \le 4$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}^2 - u_n^2 = -(u_n+1)(u_n-4)$.

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة .

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4 - u_{n+1} = \frac{3(4-u_n)}{4+\sqrt{3u_n+4}}$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4 - u_{n+1} \le \frac{1}{2}(4-u_n)$.

ج) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le 4 - u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

د) اوجد عندئذ نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الرابع : (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، نسمي I النقطة ذات اللاحقة $z_I = 1$ ،

A و B نقطتان من المستوي لاحقاهما على الترتيب $z_A = 1-2i$ و $z_B = -2+2i$

1) عين z_Ω لاحقة النقطة Ω مركز الدائرة (C) التي قطرها $[AB]$. ما هو نصف قطرها ؟ .

2) D النقطة ذات اللاحقة $z_D = \frac{3+9i}{4+2i}$.

أكتب z_D على الشكل الجبري ثم بين أن D نقطة من (C) .

3) E نقطة من (C) حيث $(\overrightarrow{\Omega I};\overrightarrow{\Omega E}) = \frac{\pi}{4}$.

أ) عين طويلة $z_E + \frac{1}{2}$ وعمدة له .

ب) استنتج أن $z_E = \frac{5\sqrt{2}-2}{4} + \frac{5\sqrt{2}}{4}i$.

4) التحويل النقطي R التي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z النقطة M' من المستوي لاحقتها z' حيث:

$z' + \frac{1}{2} = e^{i\frac{\pi}{2}}\left(z + \frac{1}{2}\right)$

أ) عين طبيعة التحويل R محددا عناصره المميزة.

ب) ماهي صورة النقطة F ذات اللاحقة $2 - z_1$ بالتحويل R.

التمرين الخامس: (04 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (1+x)e^x + 1$.

1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) > 0$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$.

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. الوحدة $3cm$.

1) علل أن الدالة f مستمرة عند 0 ، ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 . فسر بيانيا النتيجة.

2) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \neq 0$ فإن : $f'(x) = \dfrac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2}$.

استنتج اتجاه تغير f.

3) احسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4) بين أن (C) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}$ بجوار $+\infty$ و بجوار $-\infty$.

(ضع $f(x) - \frac{x}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} - \dfrac{1}{2\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)} \times \dfrac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$).

5) ارسم المنحني (C) .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

p عدد طبيعي غير معدوم ، n عدد طبيعي غير معدوم ويختلف عن 1 .

a و b عددان طبيعيان حيث: $a = pn$ و $b = p(n-1)$.

1) بين أن $PGCD(a;b) = a-b$.

2) بين أنه إذا كان a و b عددان طبيعيان غير معدومين حيث : $PGCD(a;b) = a-b$ فإنه يوجد عددان طبيعيان n و p يحققان $a = pn$ و $b = p(n-1)$.

3) x و y عددان طبيعيان غير معدومين .

نضع $a = 40x(3y+2)$ ، $b = 15x(8y+5)$ و $c = 24x(5y+3)$.

عين $PGCD(a;b)$ و $PGCD(b;c)$ ثم استنتج $PGCD(a;b;c)$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0 = 1$ ، $u_1 = 2$ و $u_n = 2u_{n-1} + 3u_{n-2}$.

1) نعتبر (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بما يلي: $v_n = \alpha u_n + \beta u_{n-1}$ حيث α و β عددان حقيقيان غير معدومين.

أ) أحسب u_2 و u_3 .

ب) أحسب v_1 ، v_2 و v_3 بدلالة α و β .

ج) بين أنه إذا كانت v_1 و v_2 و v_3 ثلاثة حدود متتابعة من متتالية هندسية فإن : $3\alpha^2 - 2\alpha\beta - \beta^2 = 0$.

2) نضع $\beta = \alpha$:

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد n من $\mathbb{N}^*$: $u_n + u_{n-1} = 3^n$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحتوي كيس على 6 كريات بيضاء تحمل الأرقام :0،0،0،1،1،2 وكرتين سوداويين تحمل الأرقام : 0،1 (لانميز بينها باللمس) نسحب عشوائيا في آن واحد كرتين من الكيس.

1) احسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A : " للكرتين المسحوبتين نفس اللون" .

B : " للكرتين المسحوبتين نفس الرقم" .

C : " للكرتين المسحوبتين لونين مختلفين ورقمين مختلفين" .

D : "جداء الرقمين المسجلين على الكرتين معدوم" .

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل عملية سحب للكرتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما .

أ) أوجد قانون الاحتمال للمتغير X .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي والتباين والانحراف المعياري للمتغير X .

التمرين الرابع : (04 نقاط)

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13i=0$ ......(E)

أ) برهن أن العدد i حل للمعادلة (E).

ب)عين الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث من أجل كل عدد مركب z لدينا:

$$z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13i=(z-i)(az^2+bz+c)$$

ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) .

2) نعتبر في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ النقط: A ، B ، C لواحقها i ، $2+3i$ ، $2-3i$ على الترتيب .

أ) ليكن r الدوران الذي مركزه النقطة B وزاويته $\frac{\pi}{4}$ ، عين لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران r .

ب) برهن أن النقط A' ، B ، C على استقامية ثم عين الكتابة المركبة للتحاكي ذو المركز B والذي يحول C إلى A' .

التمرين الخامس: (04 نقاط)

I- نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x والمعرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي:

$g(x)=(x+1)^2-1+\ln(x+1)$.

1) ادرس تغيرات g .

2) احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]-1;+\infty[$.

II- f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ ب : $f(x)=x-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x \to -1} f(x)$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

2) بين أن من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

– شكل جدول تغيرات f

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 1 يطلب كتابة معادلة له .

4) احسب $\lim_{x \to +\infty} f(x) - x$ ، ماذا تستنتج بيانيا ؟ .

5) (Δ) مستقيم معادلته $y = x$.ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

6) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f)

7) m وسيط حقيقي . ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة :

$$m(x+1) + \ln(x+1) = 0$$

انتهى الموضوع الثاني

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطنـي
الناحية العسكرية الأولى
الشهيد بوقارة أحمد
مدرسة أشبال الأمة بالبليدة

السنة الدراسية: 2020/2019
المستوى: السنة الثالثة ثانوي
الشعبة: رياضيات

امتحان البكالوريا التجريـبي

دورة أوت 2020

اختبار مادة الرياضيات — **تصحيح الموضوع الأول**

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: كاملة
التمرين الأول	الاقتراح الأول: صحيح .	0.25 ن	04 ن
	لأن $2^2 \equiv 1[3]$ ومنه $2^{2n}-1 \equiv 0[3]$.	0.5 ن	
	الاقتراح الثاني: خطأ .	0.25 ن	
	مثال مضاد: $2^2+2 \equiv 0[6]$ لكن $2 \equiv 0[3]$ خاطئة .	0.5 ن	
	الاقتراح الثالث: خطأ .	0.25 ن	
	$12x-5y=3$ معناه $12x \equiv 3[5]$ ومنه $2x \equiv 3[5]$ و منه $x \equiv 4[5]$		
	أي $x \equiv 5k+4$ وبالتعويض نجد $y=12k+9$ مع $k \in \mathbb{Z}$.	0.5 ن	
	الاقتراح الرابع: صحيح .	0.25 ن	
	نضع $\begin{cases} a=da' \\ b=db' \\ \text{PGCD}(a';b')=1 \\ PPCM\ (a;b)=da'b' \end{cases}$.		
	بالتعويض في العلاقة $PPCM\ (a;b)-PGCD(a;b)=1$ نجد $da'b'-d=1$		
	أي $d(a'b'-1)=1$ ومنه $\begin{cases} d=1 \\ a'b'=2 \\ \text{PGCD}(a';b')=1 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} d=1 \\ a'=1 \\ b'=2 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$	0.5 ن	
	الاقتراح الخامس: صحيح .	0.25 ن	
	$\begin{cases} M=100a+10b+c \\ N=100b+10c+a \\ 0<a\le 9\ ;0<b\le 9\ ;0\le c\le 9 \end{cases}$		
	$M \equiv 0[27]$ معناه $100a+10b+c \equiv 0[27]$ أي $19a+10b+c \equiv 0[27]$.		

$M-N=99a-90b-9c$

ومنه $\begin{cases} M-N\equiv 18a-9b-9c[27] \\ 19a+10b+c\equiv 0[27] \end{cases}$ ومنه

$\begin{cases} M-N\equiv 18a-9b+171a+90b[27] \\ c\equiv -19a-10b[27] \end{cases}$

ومنه $M-N\equiv 189a-81b[27]$ ومنه $M-N\equiv 0[27]$. — 0.75 ن

التمرين الثاني — 04 ن

1) $P(A)=\frac{7\times 7}{10\times 10}=0,49$ — 0.5 ن

$.P(B)=\frac{7\times 7+3\times 3}{10\times 10}=0,58$ — 0.5 ن

2) أ) قيم X الممكنة : $X(\omega)=\{-2\alpha;0;2\alpha\}$ — 0.5 ن

قانون احتمال X: — 0.75 ن

x_i	-2α	0	2α
$P(X=x_i)$	$0,09$	$0,42$	$0,49$

الأمل الرياضياتي:

$E(X)=0,09\times(-2\alpha)+0,42\times 0+0,49\times(2\alpha)=0,8\alpha$ — 0.5 ن

ب) تكون اللعبة مربحة من أجل $E(X)>0$ أي $\alpha]0;+\infty[$. — 0.25 ن

3) بعد إضافة تضيف $(n-3)$ كرة سوداء إلى الصندوق يصبح لدينا7 كرات بيضاء و n كرة سوداء .

$.\ P(A)=\frac{7\times 7}{(n+7)^2}=\left(\frac{7}{n+7}\right)^2$ — 0.5 ن

$P(A)=\frac{1}{4}$ تكافئ $\frac{7}{n+7}=\frac{1}{2}$ ومنه $n=7$.

إذن تم إضافة 4 كرات سوداء . — 0.5 ن

التمرين الثالث — 04 ن

$\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=\sqrt{3u_n+4} \end{cases}$

1) أ) بر هان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2\le u_n\le 4$.

من أجل $n=0$ لدينا $u_0=2$ إذن $2\le u_0\le 4$.

نفرض أن $2\le u_n\le 4$ ونبرهن أن $2\le u_{n+1}\le 4$

لدينا $2 \le u_n \le 4$ تكافئ $\sqrt{10} \le \sqrt{3u_n+4} \le 4$ لأن الدالة f حيث $f(x)=\sqrt{3x+4}$ متزايدة على المجال $[2;4]$.

ومنه $\sqrt{10} \le u_{n+1} \le 4$ أي $2 \le u_{n+1} \le 4$ وبالتالي $2 \le u_n \le 4$. — 0.75 ن

ب) لكل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1}^2 - u_n^2 = -u_n{}^2 + 3u_n + 4 = -(u_n+1)(u_n-4)$ — 0.75 ن

ج) من اجل $u_n \in [2;4]$ لدينا $u_{n+1}^2 - u_n^2 \ge 0$ أي $u_{n+1}^2 \ge u_n^2$ ومنه

$u_{n+1} \ge u_n$ نستنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة . — 0.5 ن

2) أ) لكل $n \in \mathbb{N}$: $4-u_{n+1} = 4+\sqrt{3u_n+4} = \dfrac{3(4-u_n)}{4+\sqrt{3u_n+4}}$. — 0.5 ن

ب) لدينا $\sqrt{3u_n+4} \ge 2$ ومنه $4+\sqrt{3u_n+4} \ge 6$ أي

$\dfrac{1}{4+\sqrt{3u_n+4}} \le \dfrac{1}{6}$ و منه $\dfrac{3(4-u_n)}{4+\sqrt{3u_n+4}} \le \dfrac{1}{2}(4-u_n)$

أي $4-u_{n+1} \le \dfrac{1}{2}(4-u_n)$. — 0.5 ن

ج) استنتاج لكل $n \in \mathbb{N}$ ، $0 \le 4-u_n \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$ بالتراجع :

من أجل $n=0$ لدينا $4-u_0=2$ و $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{0-1}=2$

إذن $0 \le 4-u_0 \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^{0-1}$

نفرض أن $0 \le 4-u_n \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$ ونبرهن أن $0 \le 4-u_{n+1} \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n}$

لدينا $0 \le 4-u_{n+1} = \dfrac{1}{2}(4-u_n)$ و $0 \le \dfrac{1}{2}(4-u_n) \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n}$

نستنتج أن $0 \le 4-u_{n+1} \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n}$ ومنه $0 \le 4-u_n \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$. — 0.75 ن

د) لدينا: $\begin{cases} 0 \le 4-u_n \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1} \\ \lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1} = 0 \end{cases}$.

نستنتج أن $\lim\limits_{n\to+\infty}(4-u_n)=0$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 4$ — 0.25 ن

04 ن

التمرين الرابع

1) مركز الدائرة (C) التي قطرها $[AB]$ هي منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ — 0.25 ن

ومنه $z_\Omega = \dfrac{z_A + z_B}{2} = -\dfrac{1}{2}$. — 0.25 ن

نصف قطر الدائرة هو: $r = \dfrac{|z_B - z_A|}{2} = \dfrac{5}{2}$. — 0.5 ن

2) كتابة z_D على الشكل الجبري: $z_D = \dfrac{3+9i}{4+2i} = \dfrac{(3+9i)(4-2i)}{20} = \dfrac{3}{2} + \dfrac{3}{2}i$. — 0.5 ن

$\Omega D = |z_D - z_\Omega| = \left|2 + \dfrac{3}{2}i\right| = \dfrac{5}{2}$ ومنه D نقطة من (C) . — 0.5 ن

3) أ) $\left|z_E + \dfrac{1}{2}\right| = \Omega E = \dfrac{5}{2}$ — 0.5 ن

$$\arg\left(z_E + \frac{1}{2}\right) = \left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{\Omega E}\right) = \left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{\Omega I}\right) + \left(\overrightarrow{\Omega I};\overrightarrow{\Omega E}\right) = 0 + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

ب) $z_E + \dfrac{1}{2} = \dfrac{5}{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{5\sqrt{2}}{4} + \dfrac{5\sqrt{2}}{4}i$ — 0.5 ن

ومنه $z_E = \dfrac{5\sqrt{2}-2}{4} + \dfrac{5\sqrt{2}}{4}i$. — 0.5 ن

4) أ) التحويل R دوران مركزه Ω وزاويته $\dfrac{\pi}{4}$. — 0.5 ن

ب) $e^{i\frac{\pi}{4}}\left(z_F + \dfrac{1}{2}\right) - \dfrac{1}{2} = \dfrac{5\sqrt{2}}{4} + \dfrac{5\sqrt{2}}{4}i - \dfrac{1}{2}$ ومنه صورة النقطة F هي E .

التمرين الخامس — 04 ن

1) نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ: $g(x) = (1+x)e^x + 1$.

1) دراسة تغيرات الدالة g :

$\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (e^x + xe^x + 1) = 1$. — 0.25 ن

$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (x+1)e^x + 1 = +\infty$. — 0.25 ن

$g'(x) = e^x + (1+x)e^x = (2+x)e^x$ — 0.25 ن

جدول التغيرات: — 0.25 ن

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	$0,86$	$\nearrow$	$+\infty$

2) نستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $g(x) > 0$ — 0.25 ن

II) لتكن الدالة f المعرفة على R بـ:
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & ;x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

1) $\underset{x \xrightarrow{<} 0}{\lim}\dfrac{f(x)}{x}=\underset{x \xrightarrow{<} 0}{\lim}\dfrac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}=1$ ومنه f قابلة للاشتقاق عند 0 من اليسار وعددها المشتق 1 .

0.25 ن

$\underset{x \xrightarrow{>} 0}{\lim}\dfrac{f(x)}{x}=\underset{x \xrightarrow{>} 0}{\lim}\dfrac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}=0$ ومنه f قابلية للاشتقاق عند 0 من اليمين وعددها المشتق 0 .

0.25 ن

0.25 ن

الاستنتاج : f غير قابلة للاشتقاق عند 0 .

0.25 ن

التفسير البياني: النقطة $O(0;0)$ نقطة زاوية .

0.25 ن

2) $$f'(x)=\frac{1+e^{\frac{1}{x}}-\left(-\frac{1}{x^2}\right)e^{\frac{1}{x}}.x}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2}=\frac{1+\left(1+\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2}=\frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2}$$

0.25 ن

اتجاه تغير f: الدالة f متزايدة تماما على R.

0.25 ن

3) $\underset{x\to-\infty}{\lim}f(x)=\underset{x\to-\infty}{\lim}\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}=-\infty$ و $\underset{x\to+\infty}{\lim}f(x)=\underset{x\to+\infty}{\lim}\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}=+\infty$

جدول التغيرات:

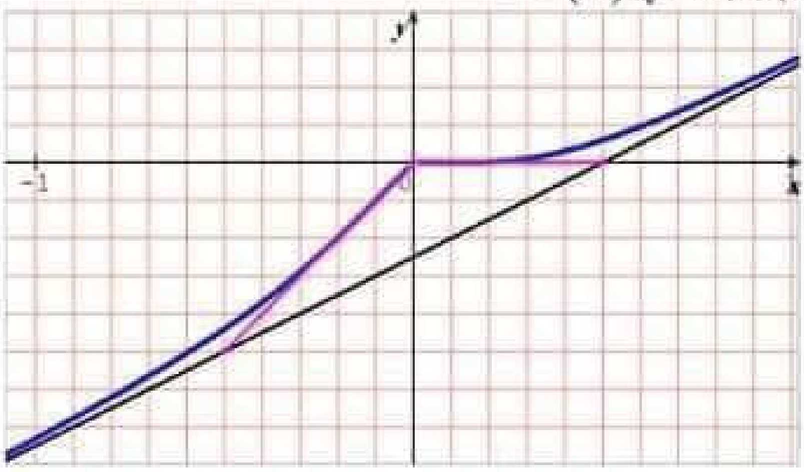
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	‖	+
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

0.25 ن

4) $$\underset{|x|\to+\infty}{\lim}\left(f(x)-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\right)=\underset{|x|\to+\infty}{\lim}\left(\frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}-\frac{x}{2}\right)=\underset{|x|\to+\infty}{\lim}x\left(\frac{1-e^{\frac{1}{x}}}{2\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)}\right)$$

$$=\underset{|x|\to+\infty}{\lim}\left(\frac{1}{4}-\frac{\frac{e^{\frac{1}{x}}-1}{\frac{1}{x}}}{2\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)}\right)=0$$

0.25 ن

	ومنه (C) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$ بجوار $+\infty$ و $-\infty$. 5) رسم المنحني (C) : 	0.5 ن	

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطنـي
الناحية العسكرية الأولى
الشهيـد بوقارة أحمد
مدرسة أشبال الأمة بالبليدة

السنة الدراسية: 2020/2019
المستوى: السنة الثالثة ثانوي
الشعبة: رياضيات

امتحان البكالوريا التجريـبي

دورة أوت 2020

اختبار مادة الرياضيات — تصحيح الموضوع الثاني

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة كاملة
التمرين الأول	p عدد طبيعي غير معدوم ، n عدد طبيعي غير معدوم ويختلف عن 1 .		04 ن
	a و b عددان طبيعيان $a=pn$ و $b=p(n-1)$.		
	1) $pn=p(n-1)\times 1+p$		
	$p(n-1)=p\times(n-1)+0$		
	ومنه $PGCD(a;b)=p=a-b$	01 ن	
	2) $PGCD(a;b)=a-b$ معناه يوجد عددان طبيعيان n و p يحققان		
	$a=(a-b)\times n$ و $b=p\times(n-1)$ أي $a=pn$ و $b=p(n-1)$.	01 ن	
	3) x و y عددان طبيعيان غير معدومين .		
	نضع $a=40x(3y+2)$ ، $b=15x(8y+5)$ و $c=24x(5y+3)$.		
	$PGCD(a;b)=5x\times PGCD(24y+16;24y+15)=5x\times 1=5x$	0.75 ن	
	$PGCD(b;c)=3x\times PGCD(40y+25;40y+24)=3x\times 1=3x$	0.75 ن	
	$PGCD(a;b;c)=PGCD(5x;c)=x\times PGCD(5;120y+72)=x$.	0.5 ن	
التمرين الثاني	متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=1$ ، $u_1=2$ و $u_n=2u_{n-1}+3u_{n-2}$.		04 ن
	1) نعتبر (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بما يلي: $v_n=\alpha u_n+\beta u_{n-1}$.		
	أ) $u_2=2u_1+3u_0=7$ و $u_3=2u_2+3u_1=20$.	0.5 ن	
	ب) $v_1=\alpha u_1+\beta u_0=2\alpha+\beta$ ، $v_2=\alpha u_2+\beta u_1=7\alpha+2\beta$ و	0.75 ن	
	$v_3=\alpha u_3+\beta u_2=20\alpha+7\beta$.		
	ج) v_1 و v_2 و v_3 ثلاثة حدود متتابعة من متتالية هندسية معناه $v_2^2=v_1\times v_3$ أي		
	$(7\alpha+2\beta)^2=(2\alpha+\beta)(20\alpha+7\beta)$ ومنه $9\alpha^2-6\alpha\beta-3\beta^2=0$ أي :		
	$3\alpha^2-2\alpha\beta-\beta^2=0$.	0.5 ن	

المجموع	مجزأة	عناصر الإجابة	المحاور
		2) نضع $\beta=\alpha$ فيكون : $v_n=\alpha(u_n+u_{n-1})$	
	0.5 ن	أ) $v_{n+1}=\alpha(u_{n+1}+u_n)=\alpha(2u_n+3u_{n-1}+u_n)$ أي $v_{n+1}=3\alpha(u_n+u_{n-1})=3v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=3$ وحدها الأول $v_1=3\alpha$.	
	0.5 ن	ب) استنتاج أنه من أجل كل عدد n من $\mathbb{N}^*$: $u_n+u_{n-1}=3^n$.	
		لدينا $u_n+u_{n-1}=\frac{1}{\alpha}v_n$ و $v_n=v_1\times q^{n-1}=\alpha\times 3^n$ ومنه $u_n+u_{n-1}=3^n$.	
		3) نضع $\beta=-3\alpha$ فيكون : $v_n=\alpha(u_n-3u_{n-1})$	
	0.5 ن	أ) $v_{n+1}=\alpha(u_{n+1}-3u_n)=\alpha(2u_n+3u_{n-1}-3u_n)$ أي $v_{n+1}=-\alpha(u_n-3u_{n-1})=-v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=-1$ وحدها الأول $v_1=-\alpha$.	
	0.5 ن	ب) استنتاج أنه من أجل كل عدد n من $\mathbb{N}^*$: $u_n-3u_{n-1}=(-1)^n$.	
		لدينا $u_n-3u_{n-1}=\frac{1}{\alpha}v_n$ و $v_n=v_1\times q^{n-1}=\alpha\times(-1)^n$ ومنه $u_n-3u_{n-1}=(-1)^n$	
		4) تبيين أنّ : ((v_n) متتالية هندسية) تكافئ ($\beta=\alpha$ أو $\beta=-3\alpha$) .	
		$v_{n+1}=\alpha u_{n+1}+\beta u_n=(2\alpha+\beta)u_n+3\alpha u_{n-1}=\frac{2\alpha+\beta}{\alpha}\left[\alpha u_n+\frac{3\alpha^2}{2\alpha+\beta}u_{n-1}\right]$	
	0.25 ن	((v_n) متتالية هندسية) تكافئ $\frac{3\alpha^2}{2\alpha+\beta}=\beta$ تكافئ $\beta^2+2\alpha\beta-3\alpha^2=0$	
		تكافئ $(\beta-\alpha)(\beta+3\alpha)=0$ تكافئ $(\beta-\alpha=0)(\beta+3\alpha=0)=0$	
		تكافئ ($\beta=\alpha$ أو $\beta=-3\alpha$) .	
04 ن		يحتوي كيس على 6 كريات بيضاء تحمل الأرقام: 0،0،0،1،1،2 وكرتين سوداوين تحمل الأرقام : 0،1 (لا نميز بينها باللمس) نسحب عشوائيا في آن واحد كرتين من الكيس.	التمرين الثالث
	0.25 ن	1) عدد إمكانيات السحب $C_8^2=28$.	
	0.5 ن	A : " للكرتين المسحوبتين نفس اللون" . $P(A)=\frac{C_6^2+C_2^2}{C_8^2}=\frac{4}{7}$.	
	0.5 ن	B : " للكرتين المسحوبتين نفس الرقم" . $P(B)=\frac{C_4^2+C_3^2}{C_8^2}=\frac{9}{28}$.	
	0.5 ن	C : " للكرتين المسحوبتين لونين مختلفين ورقمين مختلفين." $P(C)=\frac{C_3^1\times C_1^1+C_2^1\times C_1^1+C_1^1\times C_1^1+C_1^1\times C_1^1}{C_8^2}=\frac{1}{4}$	
	0.5 ن	D : "جداء الرقمين المسجلين على الكرتين معدوم" . $P(D)=\frac{C_4^1\times C_4^1+C_4^2}{C_8^2}=\frac{11}{14}$	
		2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل عملية سحب للكرتين مجموع الرقمين	

المسجلين عليهما .

أ) قانون الاحتمال للمتغير X :

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{28}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{7}{28}$	$\frac{3}{28}$

0.5 ن

ب) الأمل الرياضياتي:

$E(X)=\frac{0\times6+1\times12+2\times7+3\times3}{28}=1,25$. 0.5 ن

التباين : $E(X)=\frac{0\times6+1\times12+4\times7+9\times3}{28}-(1,25)^2=0,83$. 0.5 ن

الانحراف المعياري : $S(X)=\sqrt{V(X)}=0,91$. 0.25 ن

التمرين الرابع 04 ن

1 أ) $i^3-(4+i)i^2+(13+4i)i-13i=-i+4+i+13i-4-13i=0$

ومنه العدد i حل للمعادلة (E). 0.25 ن

ب) $z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13i=(z-i)(z^2-4z+13)$ 0.75 ن

ج) المعادلة (E) تكافئ $z=i$ أو $z^2-4z+13=0$.

ومنه $z=i$ أو $z=2-3i$ أو $z=2+3i$.

مجموعة الحلول: $S=\{i;2-3i;2+3i\}$. 0.75 ن

2) النقط: A ، B ، C لواحقها i ، $2+3i$ ، $2-3i$ على الترتيب .

أ) $z_{A'}-z_B=e^{i\frac{\pi}{4}}(z_A-z_B)$ ومنه

$z_{A'}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(-2-2i)+2+3i$ أي $z_{A'}=2+(3-2\sqrt{2})i$. 0.75 ن

ب) $\frac{z_{A'}-z_B}{z_C-z_B}=\frac{2\sqrt{2}i}{-6i}=\frac{-\sqrt{2}}{3}\in\mathbb{R}$ ومنه A' ، B ، C على استقامية . 0.75 ن

لدينا A' صورة C بالتحاكي الذي مركزه B ونسبته $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ ومنه العبارة

المركبة: $z'-z_B=-\frac{\sqrt{2}}{3}(z-z_B)$ أي $z'=-\frac{\sqrt{2}}{3}z+\frac{6+2\sqrt{2}}{3}+(3+\sqrt{2})i$ 0.75 ن

التمرين الخامس — 04 ن

I- $g(x)=(x+1)^2-1+\ln(x+1)$.

1) دراسة تغيرات g :

$\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} g(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$. — 0.5 ن

$g'(x)=2(x+1)+\dfrac{1}{x+1}>0$. — 0.25 ن

ومنه الدالة متزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$. — 0.25 ن

جدول التغيرات: — 0.25 ن

x	-1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

2) $g(0)=0$. — 0.25 ن

إشارة $g(x)$: — 0.25 ن

x	-1		0		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II- $f(x)=x-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$.

1) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. — 0.5 ن

2) $f'(x)=1-\dfrac{1-\ln(x+1)}{(x+1)^2}=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$. — 0.25 ن

اتجاه تغير الدالة f :

الدالة f متناقصة على المجال $]-1;0]$ ومتزايدة على المجال $[0;+\infty[$. — 0.25 ن

جدول التغيرات: — 0.25 ن

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3) $f'(x)=1$ تكافئ $\ln(x+1)=1$ أي $x=e-1$

ومنه المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 1 معادلة له هي: $y=x-\dfrac{1}{e}$. — 0.25 ن

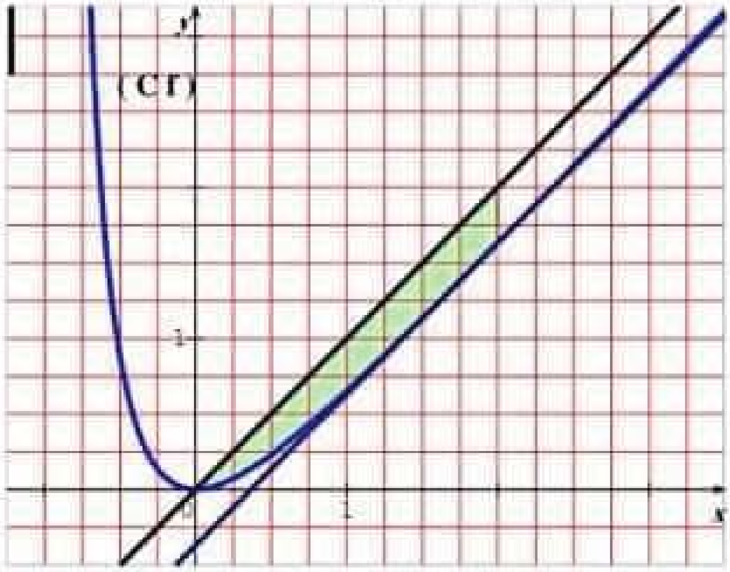
4) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}\right)=0$.

نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y=x$. — 0.25 ن

5) وضعية $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمستقيم (Δ) :

من أجل $x\in\left]-1;0\right]$ يكون $\left(C_f\right)$ فوق (Δ) ومن أجل $\left[0;+\infty\right[$ يكون $\left(C_f\right)$ تحت (Δ). 0.25 ن

6) رسم (Δ) ، (T) و $\left(C_f\right)$:



0.25 ن

7) $m(x+1)+\ln(x+1)=0$ تكافئ $f(x)=x+m$

من أجل $m\in\left]-\infty;-\frac{1}{e}\right[$: المعادلة لا تقبل حلول .

من أجل $m=-\frac{1}{e}$: المعادلة تقبل حلا مضاعفا .

من أجل $m\in\left]-\frac{1}{e};+\infty\right[$: المعادلة تقبل حلا وحيدا .