اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المستوى: 3رياضيات. المدة : ساعتين .

التمرين الأول

أجب بصحيح او خطأ مع التعليل.

❶ الدالة المعرفة بالعبارة $f(x) = -e^{-\frac{1}{2}x} + 2$ و التي يمر منحناها البياني من النقطة $A(0.1)$ هي حل للمعادلة التفاضلية : $2y' + y = 2$.

❷ منحني الدالة f المعرفة ب $f(x) = 1 - x + ln(e^x + xe^x)$ هو صورة منحني $x \mapsto \ln x$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i} + \vec{j}$.

❸ الدالة f المعرفة على $[0, +\infty[$ بالعبارة $\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{x-lnx} & x \in]0, +\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$ مستمرة وقابلة للاستقاق على يمين 0.

التمرين الثاني

f الدالة المعرفة على $[0, +\infty[$ كما يلي $f(x) = \dfrac{3x}{2x+1}$.
(C) منحناها البياني - الوثيقة المرفقة- .

I. (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلـــــي: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

❶ مثل الحدوود u_0 ; u_1 ; u_2 على محور الفواصل بالاستعانة ب (C). ثم خمن سلوك المتتالية (u_n).

❷ برهن أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $u_n \geq 1$.

❸ أدرس إتجاه تغير (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة، أحسب عندئذ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

❹ أ. بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$ ، $0 \leq \left(u_{n+1} - 1\right) \leq \frac{1}{3}\left(u_n - 1\right)$.

ب. بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $\left(u_n - 1\right) \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

II. (v_n) متتالية عددية معرفة علـــى $\mathbb{N}$ بالعبارة : $v_n = 1 - \frac{1}{u_n}$.

❶ بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها. ثم أكتب (v_n)، (u_n) بدلالة n ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ من جديد .

❷ أحسب بدلالة n المجموعيــن :

$$S_n = v_0 + +\left(\frac{3}{5}\right)v_1 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 v_2 + ... + \left(\frac{3}{5}\right)^n v_n.$$

،

$$T_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_1} + ... + \frac{1}{u_{n-1}}.$$

التمريـن الثالـــث

I. g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=x^2+2lnx$.

❶ أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

❷ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $]0,+\infty[$ حلا وحيدا α، ثم تحقق ان $0.75<\alpha<0.76$.

❸ إستنتج حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

II. f_k الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بالعبارة $f_k(x)=1-x+\frac{k}{x}(1+lnx)$ ، حيث k وسيط حقيقي.
وليكن (C_K) المنحني الممثل للدالة f_k في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$.

الجزء الاول :

❶ بين أن كل المنحنيات (C_k) تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها (حل المعادلة $f_{k+1}(x)-f_k(x)=0$).

❷ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k الاوضاع النسبية للمنحنيين (C_k) و (C_{k+1}).

❸ احسب نهايتي الدالة f_k عند $+\infty$ و 0 (ناقش حسب قيم k).

الجزء الثاني : نأخذ $k=2$ نجـــــد : $f(x)=1-x+\frac{2}{x}(1+lnx)$.

❶ أحسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا. ثم أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

❷ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x+1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

❸ بين أنه من أجل كل x عدد حقيقي $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ ، ثم استنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

❹ بين أن $f(\alpha)=1-2\alpha+\frac{2}{\alpha}$ ثم استنتج أن $2.11<f(\alpha)<2.16$.

❺ بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، يطلب تعيين معادلته .

❻ بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما، $0.31<\beta<0.33$ و $2.50<\gamma<2.55$.

❼ أرسم (C_f)، (Δ) و (T) .

❽ ناقش، بيانيا، حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E_1) حيث : $(E_1):\frac{2}{x}(1+\ln x)=m-1$.

III. نعتبر الدالة k المعرفة على $]0,+\infty[$ بالعبارة : $k(x)=-|1-x|+\frac{2}{x}(1+|lnx|)$.

❶ أكتب k دون رمز القيمة المطلقة .

❷ أدرس قابلة اشتقاق الدالة k عند $x=1$، وفسر النتائج هندسيا.

الاسم واللقب : ....