الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية ميلة | ثانوية شهداء أحداث براق– قرارم قوقة

امتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي | دورة ماي: 2021

الشعبة: رياضيات – تقني رياضي

اختبار في مادة :الرياضيات | المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين الأول :

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $u_1 = 3$ و $3u_{n+1} - u_n = 12$

1) أثبت بالتراجع أن من كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n < 6$

2) استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة .

3) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $V_n = u_n - 6$

أ) بين أن (V_n) متتالية هندسية ،يطلب تعيين أساسها و حدها الأول ، ثم اكتب u_n بدلالة n.

ب) بين أن (u_n) متتالية متقاربة نحو عدد حقيقي يطلب تعيينه .

ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

د) احسب قيمة الجداء P حيث : $P = v_1 \times v_2 \times \ldots \ldots \times v_{100}$

التمرين الثاني :

1) أ- حل في المجموعة $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة (E) التالية : $8x - 5y = 3$

ب- ليكن m عددا صحيحا ولتكن الثنائية $(p\,;q)$ من الأعداد الصحيحة حيث : $m = 5p + 1$ و $m = 5q + 4$

- بين أن الثنائية $(\boldsymbol{p}\,;\boldsymbol{q})$ حل للمعادلة (E) و استنتج أن : $m \equiv 0[9]$

جـ - أوجد أصغر عدد صحيح m أكبر من أو يساوي 2000.

2) أ- برهن أن من أجل كل عدد طبيعي k فإن : $2^{3k} \equiv 1[7]$

ب- أوجد باقي قسمة العدد 2^{2021} على 7.

3) ليكن a و b عددان طبيعيان كلا منهما أقل أو يساوي9 حيث $a \neq 0$ ، نعتبر العدد الطبيعي N المكتوب بالشكل : $N = \overline{a00b}$ في النظام العشري .

أ) تحقق أن $10^3 \equiv -1[7]$

ب) استنتج كل الأعداد الطبيعية N التي تقبل القسمة على 7.

التمرين الثالث :

كيس يحتوي على 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي :

خمس كريات حمراء مرقمة بـ : 2,2,2,1,1 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 3– ,3,2 وكرية بيضاء مرقمة بـ : 1–

نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد .

1) أحسب احتمال الحوادث التالية : A : " الحصول على أربع كريات من نفس اللون " .

B: " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر " ، C : " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم ".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .

أ. عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون احتماله .

ب. احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير X و التباين $V(X)$.

ت. احسب احتمال الحادثة : $\ll X^2 - X > 0 \gg$.

التمرين الرابع :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة : $f(x) = x - \frac{1}{e^{x}-1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

ب- أحسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة .

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب : $y = x$ و $y = x + 1$

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى كل من (Δ) و (Δ').

4) أثبت أن النقطة $w\left(0, \frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5) أ- بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما على الترتيب α و β حيث: $ln2 < \alpha < 1$ و $-1{,}4 < \beta < -1{,}3$

ب- هل توجد مماسات لـ : (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

جـ - ارسم كل من (Δ) و (Δ') و المنحنى (C_f) ؟

د- ناقش بيانيا حسب قيمة الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x} = m$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول :

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 3^n على 5.

2) u_0 و r عددان طبيعيان غير معدومين ، (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r.

أ. عين u_0 و r علما أن : u_0 و r أوليان فيما بينهما و $u_0^2 = u_{10} - u_1$

3) نفرض أن : $u_0 = 3$ و $r = 1$: نضع $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ و $P_n = u_0 \times u_1 \times \ldots \times u_n$

أ. أحسب كلا من S_n و P_n بدلالة n .

ب. عين العدد الطبيعي q حيث : $2P_q = (2010)!$ ، ثم تحقق أن : $3^q \equiv 2[5]$

ت. عين العدد الطبيعي n بحيث : $2S_n + 2 \equiv 3^q[5]$

التمرين الثاني :

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0 = 5$ و $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$

1) أ- أنشئ في معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ كل من المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ و المنحنى (C) الممثل للدالة f ، المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ بالعبارة : $f(x) = \sqrt{x+2}$

ب- أنشئ على محور الفواصل الحدود : $u_0 . u_1 . u_2 . u_3$ و u_4 دون حسابها، مع ابراز خطوط الرسم .

جـ - ما تخمينك حول اتجاه تغير وتقارب المتتالية (u_n)؟.

2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 2$

ب- بين أن (u_n) متناقصة ، ثم استنتج أنها متقاربة .

جـ - بين أن النهاية ℓ للمتتالية (u_n) تحقق : $\ell \geq 2$ و $\ell = \sqrt{\ell + 2}$

د- استنتج قيمة ℓ.

التمرين الثالث :

I. C_1 و C_2 حجرا نرد متوازنان تحمل أوجه المكعب C_1 الأعداد :

0،0،$\frac{\pi}{3}$ ، $\frac{\pi}{3}$ ، $\frac{4\pi}{3}$ ، $\frac{4\pi}{3}$ وتحمل أوجه المكعب C_2 الأعداد : 0،0،$\frac{\pi}{6}$ ، $\frac{\pi}{6}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$

نرمي الحجرين في آن واحد و نسجل العددين الظاهرين على الوجهين العلويين لـ : C_1 و C_2 حيث نرمز لهذين العددين بـ α و β.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية العدد $\sin(\alpha + \beta)$

1) ما هي القيم الممكنة للمتغير X ، (يمكن تنظيم النتائج في جدول) .

2) عرف قانون احتمال المتغير X ، ثم احسب الأمل الرياضي $E(X)$ و الإنحراف المعياري $\sigma(X)$

II. نجري الآن اللعبة الآتية : يربح شخص $100\ DA$ عندما نرمي حجري النرد ويتحصل على $\sin(\alpha+\beta)=1$ أو $\sin(\alpha+\beta)=-1$ ، و يخسر $50\ DA$ في باقي الحالات .
وليكن y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية الربح أو الخسارة .
1) عين قانون احتمال المتغير y .
2) نرمي حجري النرد 5 مرات ، ما احتمال أن يربح اللاعب ثلاث مرات ؟ .

التمرين الرابع :

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=x-\frac{2}{\sqrt{x+1}}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o\,,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أحسب نهايات الدالة f
ب- أدرس اتجاه تغيرات الدالة f ، وشكل جدول تغيراتها .
2) أ- أثبث أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما $(D): y=x$
ب- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (D) .
3) أ- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 حيث $1{,}3<x_0<1{,}4$ ، ثم استنتج اشارة $f(x)$ على المجال $]-1,+\infty[$.
ب-عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب .
جـ - أنشئ (Δ) و (C_f).
4) نعرف على المجال $]-1,+\infty[$ الدالة g بـ : $g(x)=|f(x)|$ و (C_g) بيانها في المعلم السابق .
- اشرح كيفية انشاء المنحنى (C_g) ثم أرسمه في المعلم السابق.
5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة $g(x)=m^2$.

أستاذ المادة يتمنى لكم التوفيق والسداد في شهادة البكالوريا

انتهى الموضوع الثاني