الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية   مديرية التربية لولاية

امتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي   دورة:

الشعبة:رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات   المدة:04 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n على 10.

ب- ما هو باقي قسمة العدد A_n على 10 حيث: $A_n = 3^{16n+6} - 2\times109^{2n+3} - 13$ ؟

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(3n+4)\times9^n + 7^{2n+1} \equiv 3^{2n}(3n+1)[10]$.

ب- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد الطبيعي $(3n+4)\times9^n + 7^{2n+1}$ مضاعفا للعدد 10.

3) A عدد طبيعي يكتب $\overline{xx0xx01}$ في نظام التعداد ذي الأساس 3 و يكتب $\overline{y611}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7.

- جد x و y ثم أكتب A في النظام العشري.

4) يحتوي كيس على 4 كرات مرقمة ببواقي قسمة 3^n على 10 نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد.

أ- أحسب احتمال الحصول على رقمين مجموعهما يساوي مجموع أرقام العدد 2017.

ب- X متغير عشوائي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المتحصل عليهما.

- عرف قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضياتي.

التمرين الثاني:(04 نقط)

التمرين الثالث:(05 نقط):

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، C، D و E التي لاحقاتها على الترتيب $z_A = 1$، $z_B = 4+i$، $z_C = 3i$، $z_D = -1+i$ و $z_E = -2i$.

1) بيّن أن $\dfrac{z_E - z_A}{z_D - z_A} = \dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$. ثم بين أنه يوجد تحويل نقطي T، يحول D إلى E و B إلى C يطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة.

2) عين لاحقة النقطة C' صورة النقطة C بالتشابه المباشر S الذي مركزه A وزاويته $\dfrac{\pi}{4}$ و نسبته $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

3) لتكن I_1 ، I_2 ، I_3 و I_4 منتصفات القطع المستقيمة $[BC]$ ، $[CD]$ ، $[DE]$ و $[EB]$ على الترتيب.

أ – بين أنه يوجد تحويل نقطي r مركزه I_1 و يحول النقطة I_4 إلى I_2.

ب – احسب $z_{I_1}+z_{I_3}$ و $z_{I_2}+z_{I_4}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $I_1\,I_2\,I_3\,I_4$.

4) لتكن M نقطة من المستوي لاحقتها z و النقطة M' ذات اللاحقة z' صورتها بالتشابه S.

– بين أن: $z'=\frac{1}{2}\left[(1+i)z+1-i\right]$.

5) لتكن (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق $z=(i-1)(1+e^{i\theta})$ حيث $\theta\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

أ– عين طبيعة المجموعة (γ) مع تحديد عناصرها المميزة عندما θ يمسح المجال $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

ب– جد طبيعة المجموعة (γ') صورة (γ) بالتحويل S.

<u>التمرين الرابع:(07 نقط)</u>

الدالة f المعرفة في $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(3+x)e^{\frac{-x}{2}}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، (الوحدة: $2cm$).

1) أ– أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ب– أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ– بين أن المعادلة $f(x)=3$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ أحدهما معدوم و الثاني α بحيث: $-2<\alpha<\frac{-3}{2}$.

ب– أرسم (C_f) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

جـ– العدد الحقيقي m الموجب تماما. جد قيم m التي من أجلها المعادلة $f(x)=m$ لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$.

3) الدالة g المعرفة في $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=3e^{\frac{x}{2}}-3$.

أ – بين أن المعادلة $f(x)=3$ تكافئ $g(x)=x$.

ب – أدرس اتجاه تغير الدالتين g' و g وعلى $\mathbb{R}$. (g' المشتقة الأولى للدالة g).

جـ – بين أن: $g'(\alpha)=\frac{\alpha+3}{2}$.

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-2;\alpha]$:

أ– $g(x)$ تنتمي إلى المجال $[-2;\alpha]$.

ب– $\frac{1}{2}\le g'(x)\le\frac{3}{4}$..

5) المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=-2$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=g(u_n)$.

أ– برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $-2\le u_n\le\alpha$.

ب– بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\le\alpha-u_{n+1}\le\frac{3}{4}(\alpha-u_n)$ و $0\le\alpha-u_n\le\left(\frac{3}{4}\right)^n$.

جـ– أستنتج نهاية u_n .

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط) :

العدد الطبيعي a المعرف كما يلي: $a = p^4 - 1$ حيث p عدد طبيعي أولي أكبر من أو يساوي 7.

1) بين أن p يوافق 1 أو (-1) بترديد 3 ثم أستنتج أن a مضاعف للعدد 3.

2) بين أنه يوجد عدد طبيعي k بحيث: $p^2 - 1 = 4k(k+1)$ و أن a مضاعف للعدد 16.

3) بأخذ كل بواقي القسمة الإقليدية الممكنة للعدد p على 5 ، برهن أن $a \equiv 0[5]$.

4) ليكن α، β و δ ثلاثة أعداد طبيعية.

أ- برهن أنه إذا كان α يقسم δ و β يقسم δ علما أن α أولي مع β فإن $\alpha\beta$ يقسم δ.

ب- استنتج مما سبق أن 240 يقسم a.

التمرين الثاني:(04 نقط):

التمرين الثالث:(05 نقط):

النقطتان A_0 و B_0 من المستوى بحيث $A_0B_0 = 8$ ، و S التشابه المباشر الذي مركزه A_0 ، نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{3\pi}{4}$.

نعرف متتالية النقط (B_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $B_{n+1} = S(B_n)$.

1) أنشئ النقط B_1 ، B_2 و B_3 .

2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، المثلثان $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ متشابهان.

3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\left(\overrightarrow{A_0B_0}, \overrightarrow{A_0B_n}\right) \equiv \frac{3\pi}{4} n [2\pi]$.

4) نعرف المتتالية العددية (u_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = B_nB_{n+1}$.

أ- أثبت أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها q ثم أكتب u_n بدلالة n و u_0.

ب- نضع **من** أجل كل عدد طبيعي n ، $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. أحسب $\lim_{n \to +\infty} T_n$.

5) أ- حل في المجموعة $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة : $3x - 4y = 2$.

ب- ليكن (Δ) المستقيم العمودي على المستقيم (A_0B_0) في النقطة A_0 ، أوجد قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقطة B_n تنتمي إلى المستقيم (Δ).

التمرين الرابع:(07 نقط):

1) الدالة العددية g المعرفة في المجموعة $]-\infty;-1[\cup]0\ ;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=Ln\left(1+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{1+x}$.

– أدرس تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجموعة $]-\infty;-1[\cup]0\ ;+\infty[$.

2) الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $D=]-\infty;-1[\cup[0;+\infty[$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right); x\in]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[\\ f(0)=0 \end{cases}$$

أ– أدرس قابلية اشتقاق f عند 0 ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب– بين أن $\lim\limits_{|x|\to+\infty} f(x)=1$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

جـ – بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أنشئ (C_f) منحنى الدالة f في المعلم المتعامد المتجانس $\left(o;\vec{i},\vec{j}\right)$ ، (وحدة الطول $2cm$).

4) الدالة العددية h المعرفة كما يلي: $h(x)=f(-1-x)$.

أ– بين أن مجموعة تعريف الدالة h هي $]-\infty;-1]\cup]0;+\infty[$.

ب– عين اتجاه تغير الدالة h (دون حساب الدالة المشتقة) ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ– بين أن (C_h) منحنى الدالة h و المنحنى (C_f) متناظران بالنسبة للمستقيم الذي معادلة له : $x=-\frac{1}{2}$.

5) ارسم (C_h) في نفس المعلم السابق.