

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقطة)

نعتبر الدالة f المعرفة و القابلة للإشتقاق على \mathbb{R} و التي تحقق المعادلة التفاضلية التالية : $2y' - y + 5 = 0$

و $f(0) = 2$. (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $O; \vec{i}, \vec{j}$.

أجب بصحيح أو خطأ على الإقتراحات التالية مع التبرير في كل حالة:

(1) (C) يشمل النقطة A حيث $A(2; -3e)$.

(2) الدالة f متزايدة تماما على \mathbb{R} .

(3) (C) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا معامل توجيهه $-\frac{3e}{2}$.

(4) (C) يقبل عند $+\infty$ مستقيما مقاربا موازيا لمحور الفواصل معادلة له: $y = 5$.

التمرين الثاني: (7 نقط)

$$\begin{cases} g(x) = e^{(x+2)\ln|x+1|} \dots\dots\dots x \neq -1 \\ g(-1) = 0 \end{cases}$$

الدالة g معرفة على \mathbb{R} بـ:

(C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (T_1) و (T_2) نصفي المماسين لـ (C_g) في النقطة ذات

الفاصلة (-1) كما هو موضح في الشكل المقابل.

(1) بقراءة بيانية، أجب عن الأسئلة التالية:

(a) جد: $g(-2)$ و $g'(-2)$.

(b) جد: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x + 1}$

و $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x + 1}$ ، ماذا تستنتج؟

(c) عين اشارة $g'(x)$ و $g(x)$ على \mathbb{R} .

(2) باستعمال عبارة الدالة g أجب عن الأسئلة التالية:

(a) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

(b) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x

حيث: $x \neq -1$ لدينا: $g(x) = |x + 1|e^{(x+1)\ln|x+1|}$

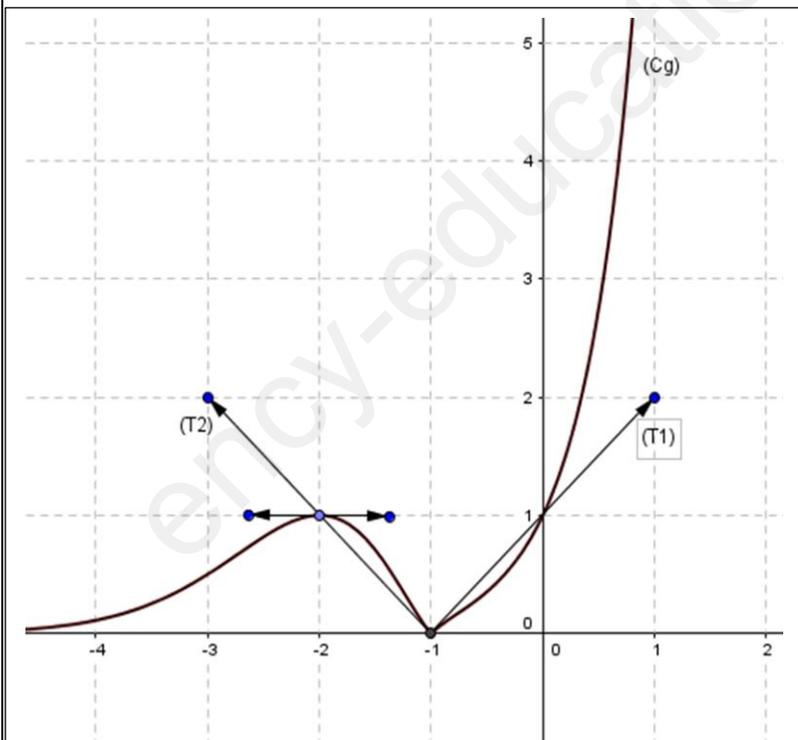
(c) بين أن الدالة g غير قابلة للإشتقاق عند (-1) .

(3) نعرف الدالة k كما يلي: $k(x) = \sqrt[3]{g(x)}$.

(a) برّر لماذا مجموعة تعريف الدالة k هي: \mathbb{R}

(b) أحسب $k'(x)$ بدلالة x ، $g'(x)$ و $g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة k .

(4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $|x + 1|^{(x+2)} - m^2 = 0$.



التمرين الثالث: (9 نقاط)

I الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بالعلاقة: $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$

(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1 بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) > 0$.

2 بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) + 2x = \frac{1}{f(x)}$.

3 أ) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$.

ب) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -2x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (c_f) .

ج) أدرس وضعية المنحنى (c_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4 أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وفسر النتيجة بيانياً.

5 أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{-f(x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

6 أ) عيّن معادلة المماس (T) للمنحنى (c_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

ب) أدرس وضعية المنحنى (c_f) بالنسبة للمماس (T) .

7 أرسم (Δ) ، (T) والمنحنى (c_f) .

8 ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(|x|) = -x + m$.

II نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على \mathbb{R} و $]-\infty; 0[$ على الترتيب بـ: $g(x) = \ln[f(x)]$ و $h(x) = \ln(-2x)$

و ليكن (Γ) و (γ) على الترتيب تمثيلها البيانيين في المعلم السابق.

1 بدون حساب عبارة $g(x)$ ، أدرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

2 بين أن (γ) هو صورة التمثيل البياني للدالة: $x \mapsto \ln(-x)$ بتحويل نقطي يطلب تعيينه.

3 أحسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x) - h(x)]$ ، فسر النتيجة بيانياً.

4 أدرس الوضع النسبي لـ (Γ) و (γ) ، ثم أنشئهما بلونين مختلفين في المعلم السابق.

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

استافة الماوة: بن صافية