

الموسم الدراسي : 2021 / 2022

مديرية التربية لولاية الجزائر غـرب

التاريخ : 28 نوفمبر 2021 م

ثانوية الشهيد شريف صباحي - عين النعجة -

المدة : 02 سا 00 د

الشعبة : رياضيات

المستوى : نهائي

إختبار التلاميذ الأول في مادة الرياضيات

☆ التمرين الأول : (12 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ :

$$\begin{cases} f(x) = -2\sqrt{1-x|x|} & x \leq 1 \\ f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) & x > 1 \end{cases}$$

و نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1)

1. بين أن f تقبل الإشتقاق عند 0 ، فسّر النتيجة المحصل عليها بيانياً .

2. هل تقبل f الإشتقاق عند 1 ؟ فسّر النتيجة المحصل عليها بيانياً .

(2)

1. بين أنه من أجل كل $x \in]-\infty; 1[$ فإنّ : $f'(x) = \frac{2|x|}{\sqrt{1-x|x|}}$.

2. بين أنه من أجل كل $x \in]1; +\infty[$ فإنّ : $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$.

3. حدّد إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R} - \{1\}$ ثم إستنتج إتجاه تغير f على \mathbb{R} .

4. شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3)

1. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $(-\infty)$.
 نسمي (φ) التمثيل البياني للدالة $g(x) = \ln x + \ln 2$ المعرفة على $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$.

1. بين أن (φ) منحنى مقارب لـ (C_f) بجوار $(+\infty)$.

(4)

1. بين أن (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) موازيين للمقارب (Δ) يطلب تعيين إحداثيات كل من نقطتي التماس.

2. أكتب معادلة المستقيمين (T_1) و (T_2) .

5. أرسم بدقة كل من (Δ) ، (T_1) ، (T_2) ، (φ) ، (C_f) .

★ التمرين الثاني : (08 نقاط)

نعتبر الدالة f_n المعرفة على \mathbb{R} كما يلي :

$$f_n(x) = x^{n+1} - 2x^n + 1$$

- 1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :

$$1 \leq \frac{2n}{n+1} < 2$$

- 2) بين أن جميع المنحنيات (C_n) الممثلة للدالة f_n تشترك في ثلاث نقط يطلب تعيينها.

- 3) أحسب حسب قيم n النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x)$.

- 4) أدرس تبعاً لقيم n اتجاه تغير الدالة f_n ثم شكل جدول تغيراتها.

(5)

1. بين أن المعادلة $f_n(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $\alpha \in \left[\frac{2n}{n+1}; 2\right[$.

2. هل المعادلة $x^8 - 2x^7 + 1 = 0$ تقبل حلاً في \mathbb{R} ؟ في حال الإجابة بنعم عين حصره.

إنهى الموضوع