الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديّرية التّربية لولاية الجزائر غـــــــــــرب — الموســـــم الدّراسي : 2021 / 2022

ثانويّة الشّهيد شريف صبّاحي - عين النّعجة - — التّاريـــــــــخ : 23 فيفري 2022 م

المستوى : نهائي — الشّعبة : رياضيات — المدّة : 02 سا 00 د

★ فرض الثلاثي الثاني في مادّة الرياضيات ★

التمرين الأول : 06 نقاط

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_n = \frac{1}{3}u_{n-1} - 1 \end{cases}$.

1) برهن بالتراجع أن : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n \geq -\frac{3}{2}$.

2) أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ماذا تستنتج ؟

لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = 2u_n + \alpha$ ، حيث α عدد حقيقي .

1) عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

2) أكتب عبارة v_n و u_n بدلالة n .

3) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = {v_0}^2 + {v_1}^2 + {v_2}^2 + ... + {v_{n-1}}^2$.

4) أثبت أن : $\forall n \in \mathbb{N} : v_0 \times v_1 \times v_2 \times ... \times v_{n-1} = 5^n \sqrt{3^{3(1-n)}}$.

التمرين الثاني : 06 نقاط

لتكن (w_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $w_n = \int_0^1 (1-t)^n e^t dt$.

1) بين أن $t \to (2-t)e^t$ دالة أصلية للدالة $t \to (1-t)e^t$ على المجال $[0;1]$.

2) أحسب w_1 .

3) بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* : w_{n+1} = (n+1)u_n - 1$.

3as.ency-education.com

4) بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^* : w_n \geq 0$.

5) بين أن $(1-t)^n e^t < (1-t)^n e$ ، إستنتج أن $w_n < \frac{e}{n+1}$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to\infty} w_n$.

التمرين الثالث : 08 نقاط

➢ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{-x}\ln(1+e^x)$ و نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا .

2) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = \frac{x}{e^x} + e^{-x}\ln(1+e^{-x})$.

3) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا .

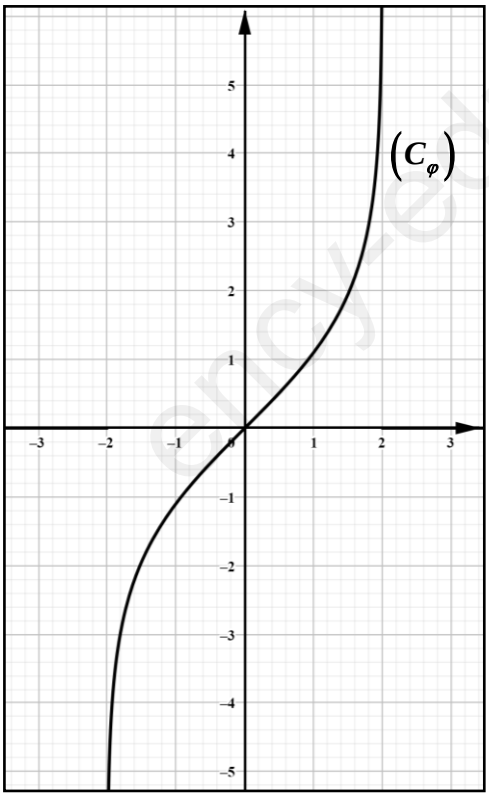
➢ نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $g(t) = \frac{t}{t+1} - \ln(1+t)$.

1) أدرس إتجاه تغير الدالة g على $[0;+\infty[$ ثم إستنتج إشارة $g(t)$ لما $t \in [0;+\infty[$.

2) أحسب $f'(x)$ و أكتبها بدلالة $g(e^x)$.

3) إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أرسم (C_f) منحنى الدالة f .



➢ لتكن φ دالة معرفة و مستمرة على $[0;1]$ ، φ' دالتها المشتقة حيث φ' مستمرة على $[0;1]$.

1) أثبت أن : $\int_0^1 \varphi(x)dx = \varphi(1) - \int_0^1 x\varphi'(x)dx$.

➢ نفرض أن φ معرفة على $]-2;2[$ بتمثيلها البياني و $\varphi(1) = \ln 3$ ، $\varphi'(x) = \frac{4}{4-x^2}$.

1) أحسب المساحة A للحيز المحدد بمجموعة النقط $M(x;y)$ حيث $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ \varphi(x) \leq y \leq \ln 3 \end{cases}$.

ency-education.com/exams