الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية بجاية — المستوى:السنة الثالثة

السنة الدراسية: 2021_2022 — الشعبة: رياضيات

ثانوية الشهداء السبعة بوعيفل– سيدي عيش- — المدة :ساعتان

اختبار الفصل الثاني في مـــــادة الرياضيات

التمرين الأول: (9 نقاط)

1) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $-7x+5y=7$ ....(1).

2) عين أصغر عدد طبيعي y أكبر من 2022 ، ثم أكتب y في نظام التعداد ذو الأساس 6 .

3) ليكن n عددا طبيعيا. و لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية ، حدودها موجبة تماما،أساسها q حيث: $U_1=e^4$ و $q=e^3$.

نضع: $S_n=\ln(U_0)+\ln(U_1)+.........+\ln(U_n)$. و ليكن: $a=n+3$

أ) بين أن: $S_n=\frac{(n+1)(3n+2)}{2}$.

ب) أثبت أن $(3n+2)$ و $(n+1)$ أوليان فيما بينهما.

ج)أثبت أن: $PGCD(2S_n;a)=PGCD(a;14)$.

د) عين القيم الممكنة لـ: $PGCD(2S_n;a)$ ،ثم عين قيم الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون: $PGCD(2S_n;a)=7$

4)أ) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية لـ 2^n على 7 .

ب) نضع: $b_n=3na-2S_n-2022^{1443}+1$ ، عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\begin{cases} b_n\equiv 0[7] \\ n-3\equiv 4[5] \end{cases}$.

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $\left(-3\times 4^{12n+1}+2970^{9n+1}+3\right)$ يقبل القسمة على 7 .

التمرين الثاني: (7 نقاط)

f و h دالتان معرفتان على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{x^2}+(1+\ln x)^2$ و $h(x)=1+\ln x$ و لنعتبر التكاملين:

$$I=\int_1^e(1+\ln x)dx \quad \text{و} \quad J=\int_1^e(1+\ln x)^2dx.$$

1) أ)بين أن: $H:x\mapsto x\ln x$ دالة أصلية للدالة: h على المجال $]0;+\infty[$.

ب) استنتج أن: $I=e$.

2) أ)عين الدالة الأصلية للدالة $H:x\mapsto x\ln x$ و التي تنعدم عند $\sqrt{e}$.

ب) استنتج مجموعة حلول المعادلة التفاضلية: $y''=h(x)$.

3) أ)باستعمال التكامل بالتجزئة، أثبت أن $J=2e-1$.

ب) استنتج حجم الجسم المولد بدوران منحنى الدالة h حول محور الفواصل على المجال: $[1;e]$.

4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بمنحنى الدالة f و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=e$.

التمرين الثالث: (4 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N^* بـ : $u_n = \frac{n}{2^{n-1}}$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من N^* : $u_n \le 1$.

2) θ عدد حقيقي من المجال $\left]\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right[$ ولنعتبر المتتاليتان العدديتان (v_n) و (w_n) المعرفتان على N^* بـ :

$v_1 = 1$ من أجل كل n من N^* : $v_{n+1} = \frac{n+1}{n} v_n \cos\theta$ و $w_n = \frac{v_n}{n}$

أ- بين أن المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب- أكتب w_n ، v_n بدلالة n و θ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} w_n$.

ج- بين أنه من أجل كل n من N^* : $v_n \le u_n$.

3) S_n المجموع المعرف بـ : $S_n = 1 + 2\cos\theta + ... + n\cos^{n-1}\theta$.

أ- أحسب $S_n(1-\cos\theta)$ بدلالة n و θ .

ب- استنتج أن: $S_n = \frac{1-\cos^n\theta}{(1-\cos\theta)^2} - \frac{\cos\theta}{1-\cos\theta} v_n$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{S_n}{n}$.

مع تمنياتي لكم بالتوفيق و النجاح

استاذة المادة: بن صافية