مديرية التربية لولاية البيض
ثانوية الجديدة 01 الأبيض سيدي الشيخ

التاريخ :2014/12/01

المـــدة : 04 ساعات

الشعبة : 3 تقني رياضي

*** اختبار الفصل الاول في مادة الرياضيات ***

التمرين الأول : (03 ن)

ليكن كثير الحدود $p(x)=x^3-4x^2-x+4$

1) تحقق أن : $p(-1)=0$ ، ثم اوجد العددين الحقيقيين a ، b حيث : $p(x)=(x+1)(x^2+ax+b)$

2) ادرس إشارة $p(x)$.

3) استنتج حلول المعادلة : $ln^3x-4ln^2x-lnx+4=0$

4) استنتج حلول المتراجحة : $e^{3x}-4e^{2x}-e^x+4\geq 0$

التمرين الثاني : (06 ن)

f الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2e^x}{1+xe^x}$.

(C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1- من أجل كل عدد حقيقي x نضع: $g(x)=1+xe^x$.

ادرس اتجاه تغير الدالة g واستنتج أن $g(x)>0$ من أجل كل عدد حقيقي x.

2- من أجل كل عدد حقيقي x نضع: $h(x)=x+2+xe^x$.

أ- ادرس تغيرات الدالة h .

ب- بين أن للمعادلة: $h(x)=0$ حل وحيد α وأن $-1,69<\alpha<-1,68$.

ج- استنتج إشارة $h(x)$ على IR.

3- أ- احسب $f'(x)$ وبين أن $f'(x)=\dfrac{xe^xh(x)}{(1+xe^x)^2}$.

ب- ادرس تغيرات الدالة f .

ج- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]$ ، ماذا تستنتج ؟

د- بين ان $f(\alpha)=\alpha+1-(1/(\alpha+1))$ ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4- أ- مثل المنحنى (C) ومستقيميه المقاربين

5- ناقش حسب قيم m عدد و اشارة حلول المعادلة: $f(x)=m+2$

التمرين الثالث : (05 ن)

n عدد طبيعي .

1) نضع : $\alpha = n^2 + n$ و $\beta = n + 2$.

أ ـ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $PGCD(\alpha;\beta) = PGCD(n;\beta)$.

ب ـ استنتج القيم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha;\beta)$.

2) نعتبر العددين a و b حيث :

$a = 3n^3 + 5n^2 + 2n$ و $b = 3n^2 + 8n + 4$

أ ـ برهن أن العدد $(3n+2)$ هو قاسم مشترك للعددين a و b .

ب ـ استنتج , حسب قيم n , أن $PGCD(a;b)$ هو $(3n+2)$ أو $2(3n+2)$.

جـ ـ عين α و β علما أن $PGCD(a;b) = 41$.

التمرين الرابع: (06 نقاط)

الجزء1: نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ $g(x) = \ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right) - \frac{2}{1+x^2}$

1. عين نهايات g عند $+\infty$ و عند 0.

2. احسب g' مشتقة الدالة g ثم بين أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2(x^2-1)}{x(1+x^2)^2}$.

2. ادرس ، حسب قيم x ، إشارة $g'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3. استنتج انه يوجد عدد حقيقي وحيد α يحقق $g(\alpha) = 0$. تحقق أن: $0,5 < \alpha < 0,6$.

4. استنتج من الأسئلة السابقة إشارة $g(x)$ حسب قيم x. (لا يطلب إنشاء منحني الدالة g).

الجزء2: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = x\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right) \text{ إذا كان } x > 0 \text{ وَ } f(0) = 0$$

نرمز بـ $(\mathcal{C})$ إلى المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$ الوحدة $5cm$.

1. أ-احسب نهاية $x \times f(x)$ عندما يؤول x إلى $+\infty$.(يمكن وضع $X = \frac{1}{x^2}$).

ب-استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

جـ- بين أن $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0$.ماذا تستنتج؟

2. أ- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 .

ب- بين أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$.

ت- حدد اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

جـ- عين معادلة المماس للمنحني $(\mathcal{C})$ عند النقطة O.